

University of Brasilia



Economics and Politics Research Group–EPRG

A CNPq-Brazil Research Group

<http://www.econpolrg.com/>

Research Center on Economics and Finance–CIEF

Research Center on Market Regulation–CERME

Research Laboratory on Political Behavior, Institutions and Public Policy–LAPCIPP

Master's Program in Public Economics–MESP

Graduate Program in Economics–Pós-ECO

Promoção da Concorrência em Leilões de Espectro: Uma Análise de Mecanismos com Direito de Preferência para Entrantes

Priscila Honório Evangelista de Souza (UnB)

Maurício S. Bugarin (UnB)

Economics and Politics Working Paper 122/2025
December 16st, 2025

Economics and Politics Research Group
Working Paper Series

Promoção da Concorrência em Leilões de Espectro: Uma Análise de Mecanismos com Direito de Preferência para Entrantes

Priscila Honório Evangelista de Souza¹

Maurício S. Bugarin²

Resumo

Este artigo analisa como diferentes formatos de leilões de espectro afetam três objetivos regulatórios centrais: *arrecadação, eficiência alocativa e promoção da entrada*. Combinando modelagem teórica e simulações de Monte Carlo, comparam-se dois benchmarks clássicos (SPA e FPA) e quatro mecanismos regulatórios, incluindo propostas inovadoras com *direito de preferência para entrantes*. Os resultados revelam que mecanismos híbridos com reserva endógena e direito de preferência superam alternativas tradicionais, conciliando metas de arrecadação e inclusão competitiva. Entre eles, o **Mecanismo D** aproxima-se da fronteira eficiente em termos de receita e alocação, enquanto o **Mecanismo C** maximiza a entrada com perdas moderadas de arrecadação. Em contraste, formatos baseados apenas em exclusão de incumbentes (set-asides) apresentam desempenho frágil, sobretudo sob assimetria. Ao quantificar esses trade-offs, o estudo oferece subsídios práticos para reguladores e contribui para o debate sobre desenho ótimo de leilões em mercados concentrados, apontando caminhos para políticas públicas que promovam concorrência sem comprometer eficiência e arrecadação.

Palavras-chave: Leilões de espectro; Teoria dos leilões; Direito de preferência; Regulação econômica; Inclusão Digital. **Classificação JEL:** D44; L96; L51.

Abstract

This paper examines how different spectrum auction formats affect three key regulatory objectives: *revenue, allocative efficiency, and market entry*. Combining theoretical modeling with Monte Carlo simulations, we compare two classic benchmarks (SPA and FPA) and four regulatory mechanisms, including innovative designs featuring a *right of preference for entrants*. Results show that hybrid mechanisms with endogenous reserve prices and a right of preference outperform traditional alternatives, balancing revenue goals with competitive inclusion. Among them, **Mechanism D** approaches the efficiency and revenue frontier, while **Mechanism C** delivers the highest entry rates with moderate revenue losses. In contrast, formats based solely on exclusion of incumbents (set-asides) perform poorly, especially under asymmetry. By quantifying these trade-offs, the study provides practical guidance for regulators and contributes to the debate on optimal auction design in concentrated markets, offering pathways for policies that foster competition without sacrificing efficiency or revenue.

Keywords: Spectrum auctions; Auction theory; Right of First Refusal (ROFR); Economic regulation; Digital Inclusion.

¹Doutoranda em Economia Aplicada, Universidade de Brasília (UnB). E-mail: priscilahe@gmail.com.br.

²Bugarin.mauricio@gmail.com; www.bugarinmauricio.com.

1 Introdução

O espectro radioelétrico é um recurso escasso e essencial para a prestação de serviços móveis, constituindo-se em instrumento estratégico de política pública. O desenho dos leilões de espectro desempenha papel central na promoção da concorrência, na inclusão digital e na expansão da infraestrutura em regiões de baixa atratividade econômica.

O mercado brasileiro de banda larga móvel é frequentemente apontado como um dos mais competitivos do mundo em termos de número de prestadores atuando em âmbito nacional. Enquanto muitos países operam com apenas dois ou três grandes grupos — frequentemente em regimes altamente concentrados — o Brasil historicamente contou com quatro grandes operadoras. No entanto, a recente saída da quarta operadora e sua aquisição pelas três líderes do setor acentuaram o nível de concentração de mercado, especialmente em termos de acessos e receitas. Diante desse cenário, a Agência Nacional de Telecomunicações (Anatel) tem buscado incentivar a entrada de novos prestadores, sobretudo de atuação regional, por meio do redesenho dos leilões de radiofrequência, com o objetivo de preservar a competição e ampliar a inclusão digital.

Além de seu papel tradicional na alocação eficiente do espectro, os leilões no Brasil têm sido historicamente acompanhados de compromissos obrigatórios de abrangência, exigindo das operadoras vencedoras a ampliação da cobertura em municípios ainda não atendidos. No entanto, uma mudança regulatória significativa ocorreu no Leilão do 5G, realizado em 2021, quando a Anatel autorizou que até 90% do valor ofertado pelos vencedores fosse convertido em compromissos de investimento em infraestrutura, em vez de se destinar à arrecadação fiscal direta.

Essa inovação reposiciona o leilão como um instrumento explícito de política pública, voltado à ampliação da conectividade, particularmente em áreas remotas ou de baixa atratividade econômica. Ao priorizar investimentos em infraestrutura sobre a maximização da receita imediata, o regulador sinaliza uma estratégia de longo prazo voltada para expansão da inclusão digital do país.

Nesse contexto, torna-se crucial identificar quais mecanismos de leilão maximizam a arrecadação — convertida em investimento — sem comprometer a eficiência alocativa ou desestimular a entrada. Há, portanto, um trade-off entre ampliar os recursos para infraestrutura e fomentar a entrada de prestadores alternativos, essenciais para estimular a competição e a diversidade de ofertas.

Este artigo avalia a eficácia de mecanismos baseados em restrições à participação, como os *spectrum caps*, largamente adotados por reguladores, inclusive a Anatel. A hipótese central é que um mecanismo alternativo, baseado em *direito de preferência* (ou *right of first refusal* — ROFR), pode alcançar desempenho superior ao equilibrar entrada, eficiência e arrecadação.

Para testar essa hipótese, desenvolve-se uma análise teórica baseada em modelos de valores privados independentes e equilíbrio bayesiano, com simulações computacionais sob distribuições uniformes. A abordagem combina os referenciais clássicos de Myerson (1981), Milgrom and Weber (1982) e Krishna (2002) com contribuições recentes como Bugarin and Maldonado (2024), permitindo avaliar os mecanismos de forma transparente e replicável.

A principal contribuição reside na proposição de um mecanismo híbrido que incorpora um direito de preferência estratégico concedido aos entrantes. Diferentemente do uso tradicional do ROFR como instrumento de renovação passiva, aqui ele é aplicado em ambiente competitivo, como ferramenta ativa de revelação de preços e estímulo à entrada. Essa inovação posiciona o mecanismo como alternativa promissora aos modelos convencionais com exclusão ou subsídio, ao oferecer equilíbrio entre eficiência, receita pública e promoção da concorrência.

Por fim, o artigo quantifica os trade-offs entre entrada, eficiência alocativa e arrecadação, oferecendo subsídios concretos para o desenho de futuros leilões de espectro em mercados concentrados.

2 Revisão da Literatura

A literatura sobre leilões de espectro articula fundamentos clássicos da teoria dos leilões com aplicações em mercados regulados, nos quais os objetivos do leiloeiro vão além da maximização de receita e incluem metas como eficiência alocativa, promoção da concorrência e inclusão digital.

No plano teórico, o trabalho seminal de Myerson (1981) estabeleceu as bases para o desenho ótimo de mecanismos em ambientes de valores privados independentes. Posteriormente, Milgrom and Weber (1982) ampliaram o arcabouço, incorporando informação comum, formatos diversos de leilão e assimetria entre participantes. Krishna (2002) sintetiza esses desenvolvimentos, oferecendo referência abrangente para a teoria dos leilões.

Este trabalho também dialoga com a literatura sobre teoria dos mecanismos com múltiplos objetivos. Em contextos com falhas de mercado ou externalidades, o leiloeiro pode desejar otimizar mais de um critério — como receita, entrada e eficiência — em vez de perseguir exclusivamente o excedente total. Estudos como Jehiel and Moldovanu (2001) e Maskin and Tirole (1992) discutem como tais restrições moldam os formatos ótimos de alocação e pagamento.

Em mercados concentrados com barreiras à entrada, Milgrom (2004) destaca que o desenho do leilão deve considerar não apenas a eficiência estática, mas também as implicações dinâmicas para a estrutura de mercado. Entre os instrumentos analisados estão: (i) *bidding credits*, que reduzem barreiras financeiras iniciais para entrantes; (ii) licenças regionais, que viabilizam modelos locais; e (iii) *set-asides* ou regras de elegibilidade, que reservam blocos exclusivamente para novos competidores ou limitam a participação de incumbentes em determinadas fases do leilão. Embora tais mecanismos possam reduzir a arrecadação de curto prazo, promovem estruturas de mercado mais competitivas e sustentáveis.

Trabalhos como McAfee and McMillan (1987) e Klemperer (1999) consolidaram os fundamentos clássicos sobre o comportamento estratégico dos licitantes, a relação entre receita e eficiência, e a presença de barreiras estratégicas à entrada. Esses elementos continuam relevantes para o desenho de mecanismos eficientes e competitivos.

Cramton (2002) argumenta que a simples abertura do mercado não garante competição efetiva. Instrumentos regulatórios como *bidding credits*, *set-asides* e licenças regionais, embora reduzam a rivalidade no certame e, conseqüentemente, a arrecadação imediata, têm como objetivo ampliar a concorrência no mercado e mitigar práticas defensivas dos incumbentes, como aquisição excessiva de espectro ou lances predatórios. Evidência semelhante é apresentada por Portugal and Bugarin (2021), que demonstram que mecanismos restritivos em licitações públicas reduzem a intensidade da competição no certame, efeito análogo ao observado em *set-asides* em leilões regulatórios.

Bugarin and Maldonado (2024) propõe uma metodologia inovadora para leilões sequenciais, na qual a assimetria entre participantes surge endogenamente via vantagem competitiva ao vencedor da primeira rodada. A estrutura permite ao leiloeiro atingir — ou até superar — a receita esperada de mecanismos com preço de reserva ótimo, oferecendo insights relevantes para contextos com preocupações sobre entrada e eficiência.

Do ponto de vista regulatório, países têm adotado diferentes estratégias para fomentar a entrada de novos prestadores. Entre elas:

- **Spectrum caps**, utilizados no Reino Unido, Alemanha, Coreia do Sul e Brasil;
- **Set-asides**, adotados no Canadá, Índia e no próprio Brasil;
- **Subvenções ou bidding credits** para pequenos operadores;
- **Obrigações de cobertura** em áreas remotas ou de baixa atratividade, como nos EUA e no Brasil (International Telecommunication Union (ITU), 2021).

No Brasil, a Anatel combinou *spectrum caps* com *set-asides* no Leilão 5G, ao reservar a primeira fase para prestadoras de pequeno porte. Caso os blocos não fossem vendidos nessa fase, eles seriam oferecidos na rodada seguinte, aberta também aos incumbentes.

Além dessas ferramentas, uma outra estratégia regulatória frequentemente adotada em mercados de telecomunicações é o *direito de preferência* (*right of first refusal* — ROFR). O ROFR é um instrumento contratual ou regulatório que confere a um agente — geralmente o detentor atual da licença de espectro — o direito a renovação desse recurso sob determinadas condições, antes que ele seja disponibilizado a terceiros. Quando implementado, esse direito tem operado predominantemente como mecanismo de renovação antecipada ou preferencial de licenças para operadoras incumbentes, sem envolvimento em lances competitivos ou disputa com novos entrantes. Casos como Singapura, Hong Kong, Alemanha e Brasil ilustram essa abordagem conservadora e não competitiva do ROFR (Authority, 2022; Office of the Communications Authority (OFCA), 2014; Anatel, 2023; GSMA, 2015; Bundesnetzagentur, 2019).

Este artigo inova ao propor a aplicação do ROFR como um instrumento competitivo concedido a entrantes, em vez de incumbentes. A proposta consiste em permitir que esses participantes preferenciais possam igualar ou superar a maior oferta apresentada no leilão, exercendo seu direito de preferência de forma ativa. Nesse arranjo, o ROFR atua como mecanismo revelador de preços, incentivando a participação de novos agentes e induzindo estratégias mais agressivas por parte dos incumbentes. Essa abordagem contrasta com a lógica tradicional de proteção a operadoras estabelecidas, ao reposicionar o ROFR como ferramenta de inclusão, promoção da concorrência e alocação mais eficiente em mercados concentrados.

Estudos como Isenhardt et al. (2023) e Roider and Bester (2011) discutem os efeitos do ROFR na proteção de incumbentes, destacando tanto os ganhos em estabilidade regulatória quanto os riscos de redução da rivalidade e da eficiência alocativa. Ao adaptar o ROFR para favorecer entrantes em ambiente competitivo, este artigo propõe uma reinterpretação normativa do instrumento, posicionando-o como mecanismo regulatório ativo voltado à inclusão e ao estímulo à competição.

Nesse sentido, o presente trabalho contribui ao comparar sistematicamente diferentes formatos de leilão — com e sem direito de preferência — sob a ótica da teoria dos jogos, da regulação e dos objetivos distributivos do Estado. O objetivo é oferecer subsídios técnicos para o desenho de mecanismos que conciliem entrada, eficiência e arrecadação, em mercados caracterizados por alta concentração e barreiras à competição.

Diferentemente da literatura clássica de teoria dos leilões, sintetizada por Krishna (2002), que se concentra em formatos canônicos de primeiro e segundo preço, estudos recentes como ? e Bugarin and Maldonado (2024) analisam o *right of first refusal* (ROFR) como privilégio de incumbentes em ambientes de renovação ou vantagem prévia. Este artigo propõe uma inovação metodológica ao deslocar o ROFR para os entrantes, reinterpretando o direito de preferência como instrumento de política de entrada, e não de proteção de incumbência. Essa inversão preenche uma lacuna na literatura sobre mecanismos híbridos de leilões regulatórios, ao permitir comparar formalmente seus efeitos sobre receita esperada, eficiência alocativa e probabilidade de entrada em contextos com barreiras estruturais à concorrência.

3 Metodologia

3.1 Objetivos e abordagem

Esta seção apresenta a estrutura analítica adotada para comparar quatro mecanismos regulatórios de alocação de espectro — denominados **A**, **B**, **C** e **D** — com os formatos tradicionais de referência: o leilão de segundo preço (**SPA**) e o leilão de primeiro preço (**FPA**).

O objetivo é avaliar, em ambiente de informação incompleta e valores privados independentes, o desempenho relativo de cada mecanismo em três dimensões centrais: (i) promoção de entrada de

novos competidores, (ii) eficiência alocativa e (iii) arrecadação esperada pelo regulador.

A abordagem combina modelagem teórica com simulações numéricas em ambientes de valores privados independentes, utilizando distribuição uniforme $U[0, 1]$. Tal configuração, consagrada na literatura (Krishna, 2002; Bugarin and Portugal, 2022; Bugarin and Maldonado, 2024), permite derivar soluções analíticas e facilitar a comparação entre mecanismos. A princípio, assume-se ausência de preço de reserva exógeno para isolar o efeito dos formatos de alocação.

Extensões com estruturas assimétricas são apresentadas na Seção ??.

3.2 Ambiente econômico e agentes

O ambiente corresponde a um jogo bayesiano com informação incompleta, composto por dois tipos de participantes:

- **Incumbentes** (n_I): operadoras já estabelecidas, com espectro previamente alocado;
- **Entrantes** (n_E): novos competidores que buscam acessar o mercado.

Cada participante i tem um valor privado $v_i \sim U[0, 1]$, que representa sua disposição a pagar pelo bloco de espectro. Os valores são independentes e não correlacionados entre agentes. Inicialmente assume-se simetria dentro de cada grupo (incumbentes e entrantes). Essa hipótese será relaxada nas simulações, permitindo assimetria entre grupos.

3.3 Mecanismos de alocação avaliados

Os seis formatos de leilão comparados são resumidos a seguir:

- **SPA (benchmark 1)**: leilão selado de segundo preço, eficiente e dominante em estratégias verdadeiras;
- **FPA (benchmark 2)**: leilão selado de primeiro preço, com estratégia de equilíbrio bayesiano crescente;
- **Mecanismo A**: leilão de primeiro preço exclusivo para entrantes (set-aside);
- **Mecanismo B**: FPA entre incumbentes e direito de preferência (ROFR) estocástico entre entrantes;
- **Mecanismo C**: SPA entre incumbentes seguido de FPA entre entrantes elegíveis;
- **Mecanismo D**: FPA entre incumbentes seguido de SPA entre entrantes elegíveis.

Os mecanismos A–D introduzem elementos regulatórios que buscam equilibrar os objetivos de política pública — promoção de competição e arrecadação — em contextos nos quais o mercado já possui agentes dominantes.

3.4 Benchmarks tradicionais

Como ponto de partida, analisam-se os equilíbrios dos formatos clássicos de leilão. Sob valores privados i.i.d. $U[0, 1]$ e n participantes simétricos:

- No **SPA**, a estratégia dominante é $b(v) = v$, com receita esperada $\mathbb{E}[R] = \frac{n-1}{n+1}$ e eficiência plena.
- No **FPA**, o equilíbrio bayesiano é $b(v) = \frac{n-1}{n}v$, gerando a mesma receita esperada e plena eficiência.

Esses benchmarks servem como referência para avaliar como os mecanismos regulatórios alteram incentivos, resultados e eficiência.

3.5 Mecanismo A: Leilão de Primeiro Preço Exclusivo para Entrantes (Set-Aside)

O Mecanismo A representa um arranjo de *set-aside*, amplamente utilizado por reguladores com o objetivo de incentivar a entrada de novas prestadoras em setores de infraestrutura. Apenas os entrantes participam da etapa competitiva, que consiste em um leilão selado de primeiro preço (FPA) com n_E participantes, todos com valorações independentes e uniformemente distribuídas em $[0, 1]$. As incumbentes permanecem excluídas dessa etapa e não influenciam o resultado competitivo.

Equilíbrio. Como não há interação estratégica com incumbentes, o equilíbrio do Mecanismo A é idêntico ao de um FPA padrão com n_E jogadores simétricos. Assim, existe um equilíbrio bayesiano perfeito simétrico, estritamente crescente e monótono, em que o lance é uma função afim da valoração:

$$\lambda^*(v_E) = \frac{n_E - 1}{n_E} v_E.$$

O entrante com maior valoração submete o maior lance e se torna o vencedor da etapa competitiva. O pagamento corresponde ao lance vencedor.

Implicações econômicas. Por excluir incumbentes, o Mecanismo A garante participação plena dos entrantes e maximiza sua probabilidade de vitória no ambiente competitivo. Porém, essa exclusão gera dois efeitos relevantes do ponto de vista regulatório:

- **Receita e competição:** a arrecadação potencial é limitada, pois participantes que usualmente apresentariam lances mais elevados (as incumbentes) são removidos do processo competitivo.
- **Eficiência alocativa:** ao impedir que incumbentes revelem suas valorações, o mecanismo pode alocar o bem a um entrante de menor valoração, reduzindo a eficiência.
- **Trade-off regulatório:** a política de *set-aside* aumenta a probabilidade de entrada efetiva e pode estimular competição de longo prazo, mas incorre em perdas potenciais de eficiência e receita no curto prazo.

3.6 Mecanismo B: FPA entre Incumbentes com Direito de Preferência Estocástico para os Entrantes

O Mecanismo B combina uma fase competitiva restrita às incumbentes com um direito de preferência estocástico concedido aos entrantes. O processo ocorre em duas etapas. Na primeira, apenas as incumbentes participam de um leilão selado de primeiro preço (FPA), cujo lance vencedor determina um preço l_I . Na segunda etapa, cada entrante observa esse preço e exerce um direito de preferência (*right of first refusal* - ROFR) caso sua valoração exceda l_I . Se ao menos um entrante qualificar, o bem é alocado a uma das entrantes por sorteio, ao preço l_I . Caso contrário, permanece com a incumbente vencedora do FPA.

Estrutura estratégica e equilíbrio. Embora apenas as incumbentes submetam lances, seu problema estratégico é afetado pela possibilidade de entrada via ROFR. Do ponto de vista das incumbentes, cada entrante potencialmente pode tomar o bem caso observe uma valoração superior ao lance vencedor; como esse evento depende da distribuição de valorações e não de estratégias ativas dos entrantes, o problema de decisão das incumbentes é formalmente equivalente ao de um FPA com $n = n_I + n_E$ participantes potenciais.

Assim, sob valores privados independentes e uniformes, existe um equilíbrio bayesiano perfeito simétrico em lances lineares entre as incumbentes:

$$\lambda^*(x) = \frac{n-1}{n}x, \quad \text{onde } n = n_I + n_E.$$

O lance mais alto entre as incumbentes determina o preço l_I , que serve como limiar para o exercício do ROFR pelos entrantes.

Alocação e funcionamento do ROFR. Após observar l_I , cada entrante compara sua valoração ao preço e decide se exerce o direito de preferência. Se nenhum entrante qualificar, o bem é alocado à incumbente vencedora do FPA. Caso pelo menos um entrante qualifique, a escolha do vencedor é feita por sorteio, e o pagamento é sempre igual ao preço l_I .

Nota metodológica: O Mecanismo B foi incluído com propósitos estritamente analíticos. Sua estrutura permite isolar o efeito do direito de preferência em sua forma mais simples, facilitando a comparação com os demais mecanismos. Na prática regulatória, parece pouco provável que um vencedor seja definido por sorteio entre entrantes elegíveis sem considerar suas valorações relativas. Portanto, o Mecanismo B deve ser interpretado como um instrumento de decomposição teórica, e não como um formato aplicável diretamente em leilões públicos.

Implicações econômicas. O Mecanismo B apresenta três elementos centrais do ponto de vista de política pública:

- **Competição entre incumbentes:** apesar da existência do ROFR, a competição estratégica ocorre apenas na primeira etapa. As entrantes não apresentam lances, e portanto não geram pressão competitiva direta sobre os preços.
- **Limitação da receita:** mesmo quando as incumbentes competem de forma agressiva, o preço final é sempre o maior lance entre elas. A entrada dos entrantes desloca a probabilidade de alocação, mas não contribui com lances adicionais, o que reduz o potencial de arrecadação frente a formatos que permitem competição direta entre entrantes e incumbentes.
- **Eficiência alocativa:** quando há múltiplos entrantes qualificados, o vencedor é escolhido por sorteio. Nessas situações, a alocação pode ser ineficiente, pois o entrante selecionado pode não ser o agente de maior valoração entre todos os participantes (entrantes e incumbentes). A eficiência do mecanismo depende, portanto, da frequência com que essas situações ocorrem.

As demonstrações formais da função de lance e do equilíbrio encontram-se no Apêndice A.

3.7 Mecanismo C: SPA entre Incumbentes seguido de FPA entre Entrantes

O Mecanismo C ocorre em duas etapas sequenciais. Na primeira, apenas as incumbentes participam de um leilão selado de segundo preço (SPA). Como em qualquer SPA sob valores privados independentes, cada incumbente oferta sua valoração verdadeira, e o preço pago pela vencedora é o segundo maior valor entre as incumbentes:

$$\ell = X_{(n_I-1)}.$$

Esse valor ℓ atua como um *preço de reserva endógeno* para a etapa seguinte.

Na segunda etapa, as entrantes observam ℓ e decidem se participam de um leilão de primeiro preço (FPA) truncado: apenas entrantes com valoração superior a ℓ estão dispostas a competir. Caso nenhuma entrante qualifique, o bem é alocado à incumbente vencedora da primeira etapa. Caso contrário, apenas as entrantes qualificadas disputam o bem.

Estrutura estratégica e equilíbrio. Dado o preço de reserva ℓ determinado no SPA entre incumbentes, o problema das entrantes é equivalente ao analisado por Krishna (2002) para um FPA com reserva. Sob distribuição uniforme, o equilíbrio bayesiano simétrico para k entrantes qualificadas é:

$$\lambda_{k,\ell}^*(v) = v - \frac{v - \ell}{k}, \quad v \in [\ell, 1].$$

Essa expressão decorre da solução clássica para FPA com preço de reserva, garantindo estratégias monótonas e simétricas.

Observação sobre equivalência de receita. Dado o preço de reserva endógeno ℓ , a competição entre entrantes replica exatamente um leilão padrão com preço de reserva. Assim, pelo teorema de equivalência de receita (Krishna, 2002, Cap. 3), tanto um FPA quanto um SPA na segunda etapa gerariam a mesma receita esperada para o leiloeiro. A escolha do formato afeta apenas o comportamento estratégico das entrantes, não a arrecadação média.

Alocação final.

- Se nenhuma entrante possui valoração acima de ℓ , o bem permanece com a incumbente vencedora do SPA, pagando ℓ .
- Se pelo menos uma entrante qualifica, ela fica com o bem pagando ℓ .
- Se mais de duas entrantes se qualificam, essas competem em um FPA truncado, e o bem é alocado à entrante que submeter o maior lance de equilíbrio. O pagamento final corresponde ao lance vencedor da segunda etapa.

Implicações econômicas. O Mecanismo C apresenta três características centrais:

- **Preço de reserva endógeno:** a competição entre incumbentes determina ℓ , que disciplina a entrada. Quanto maior a rivalidade entre incumbentes, maior ℓ e menor a probabilidade de participação das entrantes. Ao definir o preço de reserva como a segunda maior valoração das incumbentes, o mecanismo estabelece um patamar mais baixo para participação das entrantes, aumentando a probabilidade de entrada.
- **Receita e competição:** diferentemente do Mecanismo B, as entrantes competem por meio de lances estratégicos, elevando potencialmente a arrecadação.
- **Eficiência alocativa:** a ineficiência pode ocorrer apenas quando uma entrante qualificada vence apesar de sua valoração ser inferior à da incumbente vencedora.

As expressões formais — função de lance, solução integral, derivação da EDO e caracterização analítica da receita encontram-se no Apêndice B.

3.8 Mecanismo D: FPA entre Incumbentes seguido de SPA entre Entrantes

O Mecanismo D também ocorre em duas etapas, mas inverte a ordem dos formatos em relação ao Mecanismo C. Na primeira etapa, as n_I incumbentes participam de um leilão selado de primeiro preço (FPA). O maior lance define um *preço de reserva endógeno* r , que será observado pelas entrantes na etapa seguinte:

$$r = \lambda(X_{(n_I)}) = a X_{(n_I)}, \quad a = \frac{n - 1}{n}, \quad n = n_I + n_E,$$

onde $X_{(n_I)}$ é a maior valoração entre as incumbentes. Esse preço atua como limiar para a participação das entrantes.

Na segunda etapa, apenas as entrantes com $v_E \geq r$ competem em um leilão selado de segundo preço (SPA) truncado no intervalo $[r, 1]$. Caso nenhuma entrante qualifique, o bem permanece com a incumbente vencedora da primeira etapa, pagando r . Caso contrário, as entrantes disputam o bem, e o pagamento corresponde ao segundo maior valor entre elas.

Estrutura estratégica e equilíbrio. Na Etapa 1, as incumbentes enfrentam um FPA com comportamento estratégico idêntico ao caso padrão sob valores privados independentes. O equilíbrio bayesiano simétrico é:

$$\lambda^*(x) = \frac{n-1}{n} x, \quad n = n_I + n_E.$$

Esse sombreamento reflete o risco de perda para entrantes qualificadas. Na Etapa 2, o SPA garante estratégias dominantes $b(v) = v$ para as entrantes, assegurando eficiência condicional à participação.

Observação sobre equivalência de receita. Dado o preço de reserva endógeno r , a competição entre entrantes replica exatamente um leilão padrão com preço de reserva. Assim, pelo teorema de equivalência de receita (Krishna, 2002, Cap. 3), tanto um FPA quanto um SPA na segunda etapa gerariam a mesma receita esperada para o leiloeiro. A escolha do formato afeta apenas o comportamento estratégico das entrantes, não a arrecadação média.

Alocação final.

- Se nenhuma entrante possui $v_E \geq r$, o bem permanece com a incumbente vencedora do FPA, pagando r .
- Se apenas uma entrante se qualifica, ela fica com o bem pagando r .
- Se pelo menos duas entrantes qualificam, o bem é alocado à entrante com maior valoração, e o pagamento corresponde ao segundo maior valor entre elas.

Implicações econômicas. O Mecanismo D apresenta três características centrais:

- **Preço de reserva endógeno:** a competição entre incumbentes define r , que disciplina a entrada. Quanto maior a rivalidade entre incumbentes, maior r e menor a probabilidade de participação das entrantes.
- **Receita e competição:** diferentemente do Mecanismo B, as entrantes competem via SPA, elevando potencialmente a arrecadação.
- **Eficiência alocativa:** a ineficiência pode ocorrer apenas quando uma entrante qualificada vence apesar de sua valoração ser inferior à da incumbente vencedora.

As expressões formais — densidade de r , probabilidade de entrada, eficiência esperada e receita — encontram-se no Apêndice C.

3.9 Síntese comparativa

A Tabela 1 resume as expressões analíticas para a **receita esperada do leiloeiro** sob valores privados independentes $U[0, 1]$. Os mecanismos híbridos (C e D) aproximam-se da fronteira arrecadatória definida pelos benchmarks, superando os formatos com exclusão ou sorteio.

Tabela 1: Receita esperada por mecanismo (IPV $U[0, 1]$)

Mecanismo	Receita esperada
SPA (benchmark)	$\frac{n-1}{n+1}$
FPA (benchmark)	$\frac{n+1}{n-1}$
A (Set-aside)	$\frac{n_E+1}{n_E-1}$
B (FPA + ROFR)	$\frac{n-1}{n} \cdot \frac{n_I}{n_I+1}$
C (SPA + FPA truncado)	$\int_0^1 \left[\ell \Pr(K \leq 1 \ell) + \sum_{k=2}^{n_E} \left(\ell + (1-\ell) \frac{k-1}{k+1} \right) \Pr(K = k \ell) \right] g_\ell(\ell) d\ell$
D (FPA + SPA truncado)	$\int_0^a \left[\sum_{k=0}^1 r \Pr(K = k r) + \sum_{k=2}^{n_E} \left(r + (1-r) \frac{k-1}{k+1} \right) \Pr(K = k r) \right] g_R(r) dr$

Convenções: $n = n_I + n_E$; $a = \frac{n-1}{n}$; $g_\ell(\ell) = n_I(n_I-1)\ell^{n_I-2}(1-\ell)$; $g_R(r) = \frac{n_I}{a^{n_I}} r^{n_I-1}$; $\Pr(K = k | z) = \binom{n_E}{k} (1-z)^k z^{n_E-k}$.

4 Simulações Numéricas

Esta seção ³ complementa a análise teórica com simulações computacionais que quantificam o desempenho dos dois benchmarks e dos quatro mecanismos definidos na Seção 3: (i) leilão selado de segundo preço (SPA); (ii) leilão selado de primeiro preço (FPA); (iii) Mecanismo A (FPA com exclusão de incumbentes); (iv) Mecanismo B (FPA entre incumbentes seguido de ROFR estocástico); (v) Mecanismo C (SPA entre incumbentes seguido de FPA truncado entre entrantes); (vi) Mecanismo D (FPA entre incumbentes seguido de SPA truncado entre entrantes).

O objetivo das simulações é comparar, em ambiente controlado, três indicadores-chave para o desenho regulatório:

1. **Receita esperada do leiloeiro:** valor médio pago pelo bloco de espectro ao longo de todas as rodadas simuladas, considerando a estrutura estratégica de cada mecanismo.
2. **Eficiência alocativa:** definida como a proporção de rodadas em que o bloco de espectro é atribuído ao agente com maior valoração entre todos os participantes (incumbentes e entrantes). Essa métrica reflete a capacidade do mecanismo de alcançar eficiência global, considerando possíveis perdas quando regras de qualificação ou preços de reserva impedem que o agente de maior valoração obtenha o bem.
3. **Frequência de entrada:** aplicável apenas aos mecanismos que permitem competição de entrantes (A–D). Mede a proporção de rodadas em que pelo menos um entrante obtém o bloco de espectro ou exerce efetivamente o direito de preferência. Essa métrica captura o sucesso regulatório em promover a participação de novos competidores, mas não garante alocação eficiente, pois o vencedor entre os entrantes nem sempre é o agente de maior valoração global.

Configuração Experimental

Adota-se um cenário com três incumbentes ($n_I = 3$), refletindo a estrutura atual do mercado brasileiro com três grandesadoras nacionais. A quantidade de entrantes (n_E) é variada de 0 a 5, permitindo

³O código utilizado para esta seção está disponível em <https://github.com/priscilahesouza/leilao-espectro-rfr>.

avaliar como diferentes níveis de competição potencial afetam os resultados. Cada rodada simula a alocação de um único bloco homogêneo de espectro.

Dois cenários são analisados:

- **Cenário Simétrico:** todos os jogadores têm valorações privadas $v_i \sim U[0, 1]$, i.i.d.;
- **Cenário Assimétrico:** os entrantes têm $v_i \sim U[0, \theta]$ com $\theta = 0,7$, enquanto os incumbentes mantêm $U[0, 1]$. A assimetria visa capturar desvantagens estruturais típicas dos entrantes, como menor escala, restrições financeiras e risco regulatório.

Cada configuração foi avaliada com 10.000 repetições via simulação de Monte Carlo para buscar robustez estatística na comparação dos mecanismos.⁴

Resultados das Simulações

A Tabela 2 apresenta os valores médios de receita esperada, eficiência alocativa e frequência de entrada obtidos nas simulações para os quatro mecanismos, nos dois cenários analisados: cenário simétrico (S) e cenário assimétrico (A).

⁴No benchmark FPA com assimetria (entrantes $U[0, \theta]$, incumbentes $U[0, 1]$), usamos $b(v) = (n - 1)/n v$ como aproximação do equilíbrio.

Tabela 2: Resultados das simulações (20.000 iterações) para $n_I = 3$ e $n_E = 1, \dots, 5$.

Mecanismo	n_E	Receita (S)	Eficiência (S)	Entrada (S)	Receita (A)	Eficiência (A)	Entrada (A)
SPA	1	0.599	1.000	—	0.552	1.000	—
FPA	1	0.601	1.000	—	0.572	1.000	—
A	1	0.000	0.250	—	0.000	0.083	—
B	1	0.562	0.810	0.440	0.563	0.881	0.202
C	1	0.498	0.752	0.497	0.503	0.773	0.310
D	1	0.562	0.810	0.440	0.563	0.881	0.202
SPA	2	0.663	1.000	—	0.581	1.000	—
FPA	2	0.666	1.000	—	0.617	1.000	—
A	2	0.332	0.404	—	0.233	0.135	—
B	2	0.598	0.706	0.613	0.602	0.845	0.264
C	2	0.563	0.705	0.699	0.526	0.678	0.457
D	2	0.630	0.791	0.613	0.609	0.871	0.264
SPA	3	0.713	1.000	—	0.604	1.000	—
FPA	3	0.713	1.000	—	0.647	1.000	—
A	3	0.499	0.502	—	0.350	0.165	—
B	3	0.623	0.628	0.710	0.626	0.821	0.293
C	3	0.627	0.704	0.797	0.554	0.628	0.537
D	3	0.685	0.792	0.710	0.640	0.872	0.293
SPA	4	0.752	1.000	—	0.619	1.000	—
FPA	4	0.750	1.000	—	0.668	1.000	—
A	4	0.601	0.573	—	0.421	0.193	—
B	4	0.643	0.574	0.774	0.643	0.803	0.313
C	4	0.680	0.717	0.856	0.571	0.601	0.592
D	4	0.728	0.800	0.774	0.663	0.881	0.313
SPA	5	0.776	1.000	—	0.629	1.000	—
FPA	5	0.776	1.000	—	0.686	1.000	—
A	5	0.666	0.628	—	0.467	0.214	—
B	5	0.654	0.531	0.809	0.657	0.797	0.320
C	5	0.719	0.735	0.893	0.587	0.589	0.625
D	5	0.758	0.819	0.809	0.682	0.895	0.320

Receita Esperada do Leiloeiro

Os resultados da Tabela 2 revelam padrões claros sobre o desempenho arrecadatário dos diferentes mecanismos.

No **cenário simétrico**, os mecanismos de benchmark — SPA e FPA — produzem receitas praticamente idênticas para todos os valores de n_E , em linha com a equivalência prevista por Myerson (1981); Krishna (2002). Para $n_E = 1$ a 5, as receitas se mantêm próximas dos valores teóricos $(n-1)/(n+1)$, variando de aproximadamente 0.60 (para $n_E = 1$) até 0.78 (para $n_E = 5$).

O **Mecanismo A**, que restringe a competição à etapa exclusiva dos entrantes, apresenta receitas significativamente inferiores aos benchmarks. Mesmo no caso mais competitivo ($n_E = 5$), a receita permanece baixa (≈ 0.67), e para $n_E = 1$ colapsa para zero, refletindo a ausência de disputa quando há apenas um entrante.

Os mecanismos com duas etapas e direito de preferência exibem padrões mais atrativos do ponto de vista de arrecadação. O **Mecanismo B** gera receitas moderadamente superiores às do Mecanismo A, mas permanece abaixo dos mecanismos híbridos. Já os mecanismos **C** e **D**, que combinam etapas sequenciais com preços de reserva endógenos, apresentam desempenho elevado. Entre eles, o **Mecanismo D** destaca-se como o mais arrecadador em todas as configurações, superando os demais mecanismos alternativos e aproximando-se da fronteira definida pelos benchmarks. Para $n_E \geq 3$, o Mecanismo D atinge receitas médias de 0.728 para $n_E = 4$ e 0.758 para $n_E = 5$, muito próximos ao FPA tradicional.

No **cenário assimétrico**, onde os entrantes possuem valorações menores ($U[0, \theta]$, $\theta = 0.7$), as receitas caem para todos os mecanismos com participação ativa de entrantes. O SPA sofre queda substancial (p.ex., $0.713 \rightarrow 0.604$ para $n_E = 3$), pois a redução dos valores dos entrantes diminui diretamente o segundo maior valor. O FPA mantém receitas levemente superiores ao SPA chegando a 0.685 com $n_E = 5$.

O **Mecanismo A** também apresenta forte queda de receita, chegando a apenas 0.35 para $n_E = 3$ e 0.47 para $n_E = 5$. Em contraste, os mecanismos com direito de preferência — principalmente C e D — exibem considerável *resiliência arrecadatária*. Para $n_E = 3$, por exemplo, o Mecanismo D arrecada em média 0.640, superior ao SPA puro (0.604) e ao Mecanismo A (0.350). Para $n_E = 5$, D aproxima-se novamente do benchmark: 0.682 contra 0.686 do FPA.

Os mecanismos com direito de preferência aproximam-se da fronteira arrecadatária mesmo sob assimetria, garantindo receitas muito próximas aos benchmarks. Entre eles, o **Mecanismo D** apresenta desempenho superior em todas as configurações, sendo o mais arrecadador entre os mecanismos alternativos. O **Mecanismo C** também exibe arrecadação elevada, mas com leve queda em relação ao Mecanismo D devido ao preço de reserva endógeno mais baixo (definido pelo segundo maior valor das incumbentes), que aumenta a probabilidade de entrada, mas reduz a intensidade da competição entre entrantes na segunda etapa.

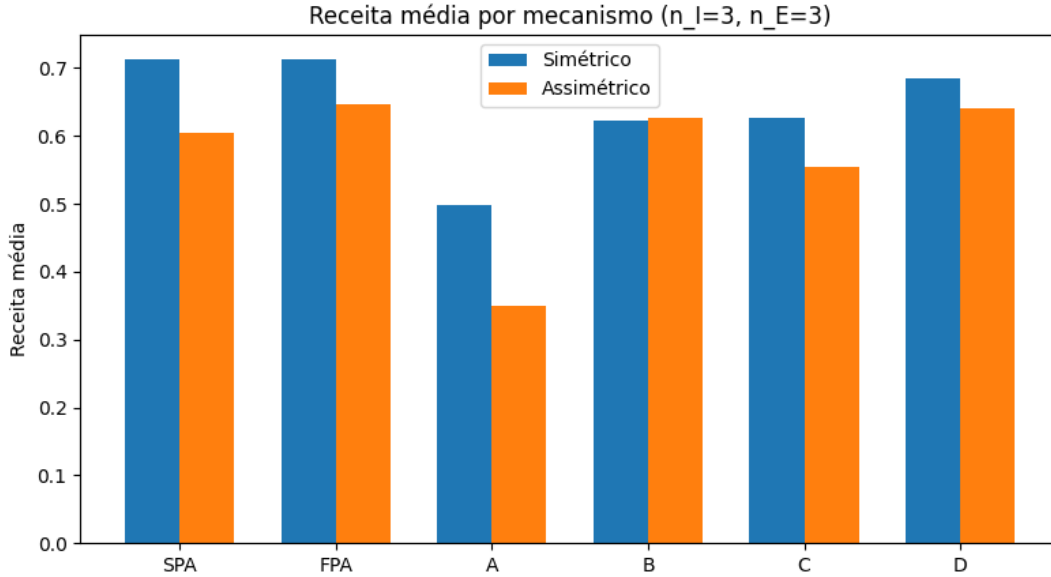


Figura 1: Receita média do leiloeiro por mecanismo nos cenários simétrico e assimétrico.

Eficiência Alocativa

Os mecanismos de benchmark, **SPA** e **FPA**, mantêm eficiência plena em todos os cenários simulados, conforme previsto pela teoria dos leilões de valor privado independente: a regra de alocação baseada no maior lance garante que o objeto seja sempre atribuído ao licitante com maior valoração.

No **Mecanismo A**, que exclui incumbentes da etapa inicial, a eficiência é substancialmente reduzida. No cenário simétrico, a eficiência varia de apenas 0.25 para $n_E = 1$ a 0.63 para $n_E = 5$. No cenário assimétrico, a queda é ainda mais acentuada: a eficiência chega a apenas 0.08 quando há um único entrante, e permanece abaixo de 0.22 mesmo para $n_E = 5$. Esses resultados refletem o viés estrutural do mecanismo, que frequentemente atribui o objeto a um entrante mesmo quando incumbentes possuem valorações superiores.

O **Mecanismo B** apresenta eficiência intermediária. No cenário simétrico, sua eficiência situa-se entre 0.53 e 0.81, reduzindo conforme cresce o número de entrantes. No cenário assimétrico, embora a eficiência caia, ela permanece relativamente elevada (por exemplo, 0.88 para $n_E = 1$ e 0.80 para $n_E = 4$), indicando que o direito de preferência disciplina a competição sem gerar perdas grandes de eficiência.

Os mecanismos híbridos, **C** e **D**, oferecem o melhor desempenho alocativo entre as alternativas ao benchmark. No cenário simétrico, o Mecanismo C atinge eficiência entre 0.70 e 0.75, enquanto o Mecanismo D alcança valores entre 0.79 e 0.82. No cenário assimétrico, a eficiência do Mecanismo C cai, mas ainda permanece considerável (entre 0.59 e 0.77), ao passo que o Mecanismo D mantém desempenho consistentemente elevado, variando de 0.87 a 0.89 conforme n_E varia.

Em síntese, os resultados indicam que: (i) SPA e FPA são plenamente eficientes; (ii) o Mecanismo A apresenta as maiores perdas de eficiência, especialmente sob assimetria; (iii) o Mecanismo B mantém eficiência decrescente no cenário simétrico e estável no assimétrico; (iv) o Mecanismo C exibe eficiência intermediária: superior à do Mecanismo A, mas inferior à do Mecanismo B, refletindo o efeito do preço de reserva endógeno que aumenta a entrada, mas reduz a probabilidade de alocação ao agente de maior valoração; (v) o Mecanismo D é o mais eficiente entre as alternativas, exibindo desempenho próximo ao ótimo mesmo quando entrantes possuem valorações menores.

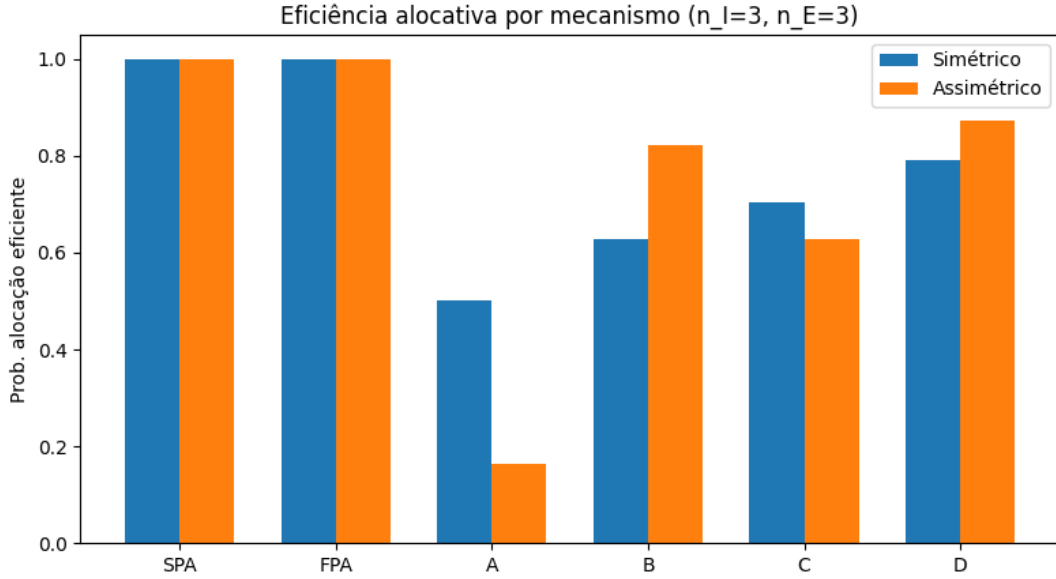


Figura 2: Probabilidade de alocação eficiente por mecanismo nos cenários simétrico e assimétrico.

Frequência de Exercício do Direito de Preferência (Mecanismos B, C e D)

A Tabela 2 reporta a frequência com que um entrante obtém o objeto nas etapas em que o direito de preferência está disponível, o que corresponde ao exercício efetivo desse direito nos Mecanismos B, C e D.

No **cenário simétrico**, a taxa de entrada é elevada e cresce com o número de entrantes. No Mecanismo B, por exemplo, a frequência varia de aproximadamente 0.44 quando $n_E = 1$ para cerca de 0.81 quando $n_E = 5$. Padrões semelhantes aparecem nos Mecanismos C e D, ainda que com pequenas diferenças em função da ordem das etapas (SPA/FPA). Esse resultado reflete o aumento da probabilidade de que ao menos um entrante apresente valoração superior à das incumbentes, acionando o direito de preferência.

No **cenário assimétrico**, onde os entrantes possuem menor valoração média ($U[0, \theta]$, com $\theta = 0.7$), a frequência de entrada diminui de forma significativa, mas permanece positiva e crescente em todos os mecanismos. Para $n_E = 1$, o direito de preferência é exercido em aproximadamente 0.20 das rodadas; para $n_E = 5$, essa taxa sobe para cerca de 0.32. Mesmo sob desvantagens estruturais, os mecanismos B, C e D continuam permitindo que os entrantes disputem de forma efetiva uma parcela relevante das rodadas, o que evidencia seu potencial pró-competitivo.

Em conjunto, os resultados mostram que os mecanismos com direito de preferência aumentam a entrada efetiva sempre que há competição potencial entre entrantes; e, mesmo sob assimetria, mantêm frequências positivas que indicam capacidade de geração de pressão competitiva.

Nota-se ainda que o Mecanismo C sistematicamente apresenta as maiores frequências de entrada, tanto no cenário simétrico quanto no assimétrico, superando B e D para todos os valores de n_E .

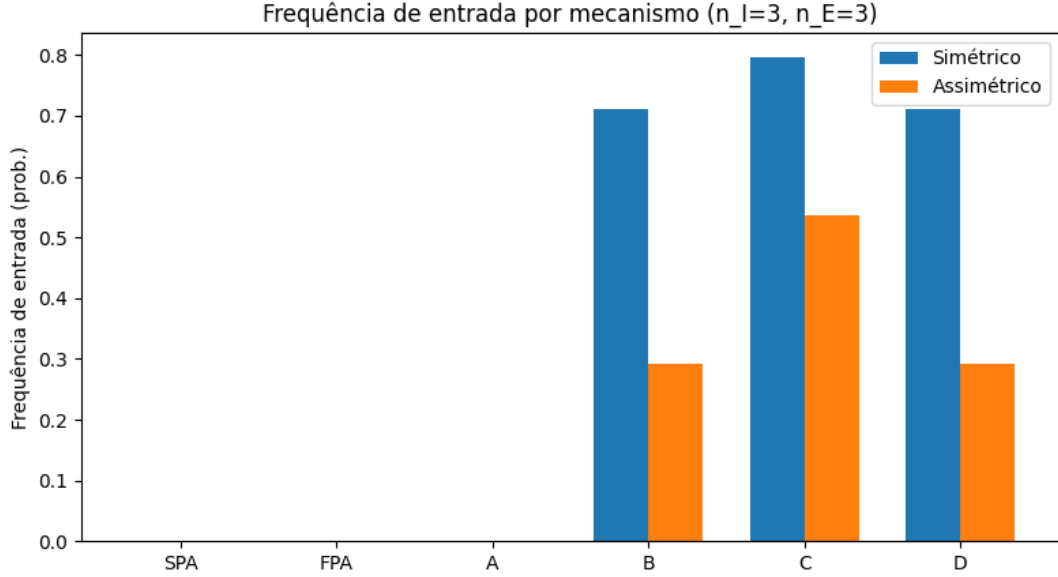


Figura 3: Frequência de exercício do direito de preferência nos Mecanismos B, C e D.

Em conjunto, os resultados revelam trade-offs claros entre arrecadação, eficiência e entrada, que orientam as recomendações regulatórias discutidas a seguir.

5 Implicações de Políticas Públicas

Os resultados deste estudo oferecem subsídios relevantes para o aprimoramento do desenho de leilões de espectro em mercados concentrados, como o brasileiro. A comparação entre os seis mecanismos analisados mostra que os objetivos regulatórios — promoção da entrada, eficiência alocativa e arrecadação — envolvem *trade-offs* importantes, especialmente quando há assimetria estrutural entre entrantes e incumbentes.

Em ambientes simétricos, os mecanismos benchmark (SPA e FPA) mantêm eficiência plena e arrecadação elevada, com receitas muito próximas aos valores teóricos para todos os níveis de n_E . Em contraste, o Mecanismo A, que exclui incumbentes da primeira etapa, apresenta desempenho sensivelmente inferior: a competição reduzida entre entrantes compromete tanto a eficiência (entre 0.25 e 0.63) quanto a arrecadação (entre 0.00 e 0.67).

Os mecanismos com direito de preferência — B, C e D — apresentam desempenho superior ao Mecanismo A, com receitas mais altas e eficiências mais consistentes. Entre eles, o Mecanismo B oferece ganhos relevantes frente ao A, mas permanece abaixo dos benchmarks, especialmente quando n_E é pequeno. O Mecanismo C alcança eficiência intermediária, combinando preço de reserva endógeno com maior taxa de entrada, ainda que com perdas alocativas em relação ao B. Já o Mecanismo D se destaca como a alternativa mais robusta: no cenário simétrico, mantém receitas próximas às do FPA e eficiências elevadas (acima de 0.79), enquanto o Mecanismo C atinge valores em torno de 0.70, conciliando entrada expressiva com arrecadação competitiva.

No cenário assimétrico, os desafios regulatórios tornam-se mais pronunciados. O Mecanismo A sofre perdas simultâneas de receita (entre 0.23 e 0.47) e eficiência (entre 0.08 e 0.21), evidenciando sua fragilidade quando os entrantes possuem valorações médias menores. Em contraste, os mecanismos com direito de preferência mantêm desempenho consideráveis: mesmo com $\theta = 0.7$, suas receitas variam entre 0.56 e 0.68, e as eficiências se situam entre 0.59 e 0.90. As frequências de entrada permanecem positivas e crescentes com n_E (aprox. 0.20 para $n_E = 1$ e 0.32 para $n_E = 5$), sugerindo que o direito de preferência compensa parcialmente as desvantagens estruturais dos entrantes e estimula a competição efetiva.

Esses achados indicam que mecanismos baseados exclusivamente em exclusão de incumbentes — como o Mecanismo A — são insuficientes para promover entrada de forma sustentável em mercados com forte assimetria. Em contrapartida, mecanismos com direito de preferência alinham incentivos à entrada com preservação da arrecadação, ao induzir lances mais agressivos por parte das incumbentes e permitir que entrantes disputem o objeto de maneira estratégica.

Entre os mecanismos híbridos, evidencia-se um *trade-off* regulatório relevante: o Mecanismo D é o mais arrecadador e o mais eficiente, enquanto o Mecanismo C garante as maiores taxas de entrada — sobretudo sob assimetria — mantendo receitas apenas ligeiramente inferiores às de D.

Assim, embora o Mecanismo D se aproxime mais da fronteira eficiente em termos de arrecadação e alocação, o Mecanismo C oferece o melhor compromisso entre os objetivos regulatórios típicos: promover entrada, preservar eficiência e assegurar arrecadação robusta. Esse conjunto de atributos é especialmente atrativo em setores onde a expansão da concorrência e a redução de barreiras de entrada são prioridades.

Embora *set-asides* sejam ferramentas úteis para limitar a concentração, seus efeitos tendem a ser limitados quando aplicados isoladamente. Mecanismos estratégicos baseados em direito de preferência oferecem alternativas mais eficazes para alcançar simultaneamente os objetivos de competição, eficiência e inclusão digital.

Outro aspecto relevante refere-se à complexidade cognitiva dos mecanismos. O leilão de primeiro preço exige raciocínio estratégico sofisticado, especialmente quando combinado com assimetria informacional, como no Mecanismo D. Em ambientes regulados, essa complexidade pode induzir erros comportamentais, lances subótimos e dificuldades de auditoria. Nesse sentido, mecanismos baseados em segundo preço — como o Mecanismo C — oferecem maior robustez estratégica, reduzem a necessidade de inferência bayesiana e favorecem transparência, mesmo quando não atingem a receita máxima possível.

Ressalta-se que a adoção de leilões de segundo preço enfrenta barreiras institucionais e políticas: persiste a percepção de que o vencedor deveria pagar o próprio lance, e não o segundo maior. Essa tensão entre eficiência teórica e aceitabilidade política explica a prevalência dos formatos de primeiro preço na prática regulatória, sobretudo em setores sob forte escrutínio público, como telecomunicações. Por outro lado, mecanismos híbridos que incorporam elementos do segundo preço com objetivos explícitos de promoção da entrada podem apresentar viabilidade política, ao conciliar transparência, simplicidade e metas de inclusão competitiva.

Por fim, vale ressaltar que o modelo adotado nesta análise assume blocos homogêneos e valores privados independentes, abstraindo complementariedades, restrições orçamentárias, dinâmicas intertemporais e externalidades geográficas. Esses fatores representam caminhos promissores para pesquisas futuras e podem alterar de maneira substantiva as conclusões sobre desenho ótimo de mecanismos. A definição de preços de reserva e sua interação com o direito de preferência também merecem investigação adicional, dada sua relevância estratégica.

Vale notar ainda que o Mecanismo B foi incluído com propósitos estritamente didáticos: ele isola o efeito do direito de preferência em sua forma mais básica, permitindo distinguir claramente o papel estratégico do ROFR nas demais estruturas. Na prática regulatória, é improvável que um vencedor seja determinado por sorteio entre entrantes elegíveis, sem levar em conta suas valorações relativas. Assim, o Mecanismo B deve ser interpretado como um instrumento de decomposição teórica, não como um formato a ser aplicado diretamente em leilões públicos.

Em síntese, os resultados apontam que mecanismos híbridos com direito de preferência — especialmente o Mecanismo C — representam soluções regulatórias robustas para mercados concentrados: promovem entrada efetiva, preservam eficiência e mantêm níveis elevados de arrecadação, conciliando de forma equilibrada os principais objetivos de política pública.

6 Conclusão

Este artigo avaliou, com base em modelagem teórica e simulações numéricas, o desempenho de seis mecanismos de leilão de espectro, com foco na promoção da entrada de novos prestadores, eficiência alocativa e arrecadação pública. A comparação entre mecanismos tradicionais — como o uso de *set-asides* — e alternativas baseadas em direitos de preferência revelou importantes *trade-offs* entre os objetivos regulatórios.

No cenário simétrico, os mecanismos tradicionais — SPA e FPA — apresentaram desempenho praticamente idêntico em termos de arrecadação e garantiram eficiência plena, conforme previsto pela teoria. Em contraste, o Mecanismo A sofreu perdas substanciais de eficiência e receita devido à restrição de competição na primeira rodada. Os Mecanismos B, C e D, incorporando o direito de preferência, mostraram desempenho intermediário: superaram o Mecanismo A em arrecadação e entrada, mas não alcançam o desempenho dos benchmarks.

No cenário assimétrico, as diferenças tornam-se mais pronunciadas. O Mecanismo A continua exibindo a pior combinação de resultados, com quedas simultâneas de receita e eficiência. Considerando o caso com $n_I = 3$ e $n_E = 3$, os Mecanismos B, C e D demonstram resiliência frente à assimetria: mantêm receitas médias entre 0,55 e 0,64, eficiências variando de 0,63 a 0,87 e taxas de entrada variando entre 29% e 54%. Esses resultados indicam que o direito de preferência compensa parcialmente as desvantagens estruturais dos entrantes, estimulando competição mesmo em condições iniciais desfavoráveis.

Os Mecanismos B, C e D aparecem como soluções regulatórias equilibradas, capazes de alinhar os objetivos de inclusão digital, concorrência e eficiência arrecadatória, mesmo em contextos de assimetria entre participantes.

Entretanto, é importante reconhecer as limitações práticas desses formatos. O Mecanismo B, ao recorrer a um sorteio entre entrantes elegíveis, tem natureza estritamente teórica: seria difícil um leiloeiro público adotar uma regra puramente aleatória para definir o vencedor, salvo em caso de empate perfeito entre lances. Sua função, portanto, é analítica — permite isolar o efeito do direito de preferência, mas não constitui proposta institucional realista.

Entre os mecanismos alternativos, destaca-se o papel do Mecanismo C: ao combinar o direito de preferência com regras de segundo preço, ele assegura robustez estratégica, favorece a entrada e mantém receita próxima ao Mecanismo D, mas sem exigir dos participantes o raciocínio bayesiano típico dos leilões de primeiro preço. O Mecanismo D, por sua vez, alcança as maiores receitas entre os mecanismos com ROFR, aproximando-se da fronteira arrecadatória observada no FPA.

Recomenda-se que políticas públicas futuras priorizem modelos híbridos que incorporem mecanismos estratégicos voltados à entrada, como o direito de preferência. Essa abordagem concilia metas de arrecadação, eficiência alocativa e inclusão competitiva, oferecendo uma alternativa robusta aos formatos tradicionais.

É fundamental que esses mecanismos sejam acompanhados de processos sistemáticos de avaliação de impacto, incluindo o monitoramento da implementação de eventuais compromissos de cobertura, análise da evolução da concorrência e mensuração dos efeitos sobre preços e qualidade de serviço.

Do ponto de vista metodológico, o estudo abre caminhos para extensões analíticas e empíricas. A análise de robustez com distribuições assimétricas, complementariedades entre blocos, dinâmicas sequenciais e integração com dados reais pode oferecer subsídios adicionais ao refinamento do desenho institucional.

À luz dos resultados, recomenda-se que a Anatel considere a adoção experimental de mecanismos com direito de preferência — em especial os Mecanismos C e D — em leilões regionais futuros, como os previstos para as faixas de 850 MHz e 6 GHz. A incorporação do direito de preferência para entrantes pode funcionar como instrumento estratégico para dinamizar a concorrência local, estimular a entrada e garantir o cumprimento de metas de cobertura. A implementação deve ser acompanhada de avaliação de impacto regulatório, permitindo ajustes finos conforme as especificidades de cada

faixa e região.

Referências

- Anatel. Renovação de licenças da faixa de 1,8 ghz. <https://www.anatel.gov.br/assuntos/espectro/renovacao-de-licencas-1-8-ghz>, 2023. Acesso em: 2025-07-29.
- Infocomm Media Development Authority. Auction of 2.1 ghz spectrum rights for 5g. <https://www.imda.gov.sg/regulations-and-licensing-listing/spectrum-management/spectrum-rights-auctions-and-assignment/auction-of-2-1-ghz-spectrum-rights-2022-for-5g>, 2022. Acesso em: 2025-07-29.
- Mauricio Soares Bugarin and Wilfredo Leiva Maldonado. Endogenous asymmetry in sequential auctions. Working paper, Faculdade de Economia, Administração e Contabilidade da Universidade de São Paulo (FEA/USP), July 2024. Forthcoming.
- Maurício Soares Bugarin and Adriana Portugal. Licitações com preço de reserva secreto e negociação: Uma análise de teoria dos leilões para o caso de valores privados. *Estudos Econômicos*, 52(4):695–767, 2022. doi: 10.1590/1980-53575242mbap. URL <https://www.revistas.usp.br/ee/article/view/191356>.
- Bundesnetzagentur. 5g spectrum auction 2019: 2 ghz and 3.6 ghz bands. https://www.bundesnetzagentur.de/EN/Areas/Telecommunications/FrequencyManagement/ElectronicCommunicationsServices/MobileBroadbandProject2018/project2018_node.html?utm_source=chatgpt.com, 2019. Acesso em: 2025-10-08.
- Peter Cramton. Spectrum auctions. In Martin E. Cave, Sumit K. Majumdar, and Ingo Vogelsang, editors, *Handbook of Telecommunications Economics*, chapter 14, pages 605–639. Elsevier, Amsterdam, 2002.
- GSMA. Best practice in spectrum licence renewals. <https://www.gsma.com/spectrum/wp-content/uploads/2015/01/Best-Practice-in-Spectrum-Licence-Renewals.-Jan2015.pdf>, 2015. Acesso em: 2025-07-29.
- International Telecommunication Union (ITU). Spectrum caps: Promoting competition and efficient use of spectrum. Technical Report ITU-R SM.2012-7, International Telecommunication Union, Geneva, Switzerland, 2021. URL https://www.itu.int/dms_pub/itu-r/opb/rep/R-REP-SM.2012-7-2025-PDF-E.pdf. Accessed: 2025-07-29.
- Lars Isenhardt, Stefan Seifert, and Silke Hüttel. Tenant favoritism and right of first refusals in farmland auctions: Competition and price effects. *Land Economics*, 99(2):302–324, 2023. doi: 10.3368/le.080721-0091R1. URL <https://le.uwpress.org/content/wple/99/2/302.full.pdf>.
- Philippe Jehiel and Benny Moldovanu. Efficient design with interdependent valuations. *Econometrica*, 69(5):1237–1259, 2001.
- Paul Klemperer. Auction theory: A guide to the literature. *Journal of Economic Surveys*, 13(3): 227–286, 1999. doi: 10.1111/1467-6419.00083. URL <https://econpapers.repec.org/RePEc:bla:jecsur:v:13:y:1999:i:3:p:227-286>.
- Vijay Krishna. *Auction Theory*. Academic Press, 1st edition, 2002. ISBN 9780124262973. URL https://books.google.com/books/about/Auction_Theory.html?id=F2F0N7GVtcMC.

- Eric S. Maskin and Jean Tirole. The principal-agent relationship with an informed principal, ii: Common values. *Econometrica*, 60(1):1–42, 1992. doi: 10.2307/2951674. URL <https://www.jstor.org/stable/2951674>.
- R. Preston McAfee and John McMillan. Auctions and bidding. *Journal of Economic Literature*, 25(2):699–738, 1987.
- Paul R. Milgrom. *Putting Auction Theory to Work*. Cambridge University Press, 2004.
- Paul R. Milgrom and Robert J. Weber. A theory of auctions and competitive bidding. *Econometrica*, 50(5):1089–1122, 1982. URL https://www.cs.princeton.edu/courses/archive/spr09/cos444/papers/milgrom_weber82.pdf.
- Roger B. Myerson. Optimal auction design. *Mathematics of Operations Research*, 6(1):58–73, 1981. URL <https://www.cs.princeton.edu/courses/archive/spr09/cos444/papers/myerson81.pdf>.
- Office of the Communications Authority (OFCA). Information memorandum — auction of radio spectrum in the 1.9–2.2 ghz band. https://www.ofca.gov.hk/filemanager/ofca/en/content_921/1.9-2.2_GHz_Auction_IM.pdf, 2014. Acesso em: 29 jul. 2025.
- Adriana Cuoco Portugal and Maurício Soares Bugarin. Limite de contratos por empresas em licitações públicas: uma análise sob a ótica da teoria dos leilões. *Revista do TCU*, 147(147):92–113, 2021. ISSN 2594-6501. URL <https://revista.tcu.gov.br/ojs/index.php/RTCU/article/view/1700>. Acesso em: 10 set. 2025.
- Andreas Roider and Helmut Bester. Real options and the implementation of investment projects with rights of first refusal. *The Economic Journal*, 121(555):419–443, 2011. doi: 10.1111/j.1468-0297.2010.02441.x.

A Derivações do Mecanismo B

Neste apêndice apresentamos as derivações completas do Mecanismo B seguindo passo a passo a enumeração (i)–(x) utilizada no corpo do texto.

Configuração. Há n_I incumbentes e n_E entrantes. Os valores privados são i.i.d. com CDF F e densidade $f > 0$ em $[0, 1]$. Denotamos por $\lambda(\cdot)$ a função de lance simétrica, crescente e diferenciável adotada pelas incumbentes na Etapa 1 (FPA).

[label=(i)]

1. **Estratégias:** Cada incumbente adota uma função de lance crescente e diferenciável $\lambda(x)$. As entrantes não fazem lances estratégicos: observam o maior lance das incumbentes l e cobrem se $v_e \geq l$.
2. **Probabilidade de vitória de uma incumbente com lance l :** Uma incumbente vence a primeira etapa se seu lance for o maior entre as n_I incumbentes, e permanece com o bem apenas se nenhuma entrante cobre.

$$\Pr[\text{vencer}] = F(\lambda^{-1}(l))^{n_I-1} F(l)^{n_E}.$$

3. **Utilidade esperada (interim) de uma incumbente de tipo x ofertando l :**

$$U(l; x, \lambda) = (x - l) F(\lambda^{-1}(l))^{n_I-1} F(l)^{n_E}.$$

4. **Otimização individual:** A incumbente de tipo x escolhe l para maximizar $U(l; x, \lambda)$. A condição de primeira ordem (FOC) é:

$$\frac{\partial U}{\partial l} = 0.$$

5. **Derivando a FOC detalhadamente:** Calculamos $\partial U / \partial l$ usando regra do produto:

$$\begin{aligned} \frac{\partial U}{\partial l} &= \frac{\partial}{\partial l} [(x - l) F(\lambda^{-1}(l))^{n_I-1} F(l)^{n_E}] \\ &= -F(\lambda^{-1}(l))^{n_I-1} F(l)^{n_E} \\ &\quad + (x - l) \frac{\partial}{\partial l} [F(\lambda^{-1}(l))^{n_I-1} F(l)^{n_E}]. \end{aligned}$$

Agora derivamos a segunda parte usando a regra do produto novamente:

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial l} [F(\lambda^{-1}(l))^{n_I-1} F(l)^{n_E}] &= (n_I - 1) F(\lambda^{-1}(l))^{n_I-2} f(\lambda^{-1}(l)) \frac{1}{\lambda'(\lambda^{-1}(l))} F(l)^{n_E} \\ &\quad + n_E F(\lambda^{-1}(l))^{n_I-1} F(l)^{n_E-1} f(l). \end{aligned}$$

Portanto, a FOC completa é:

$$\begin{aligned} \frac{\partial U}{\partial l} &= -F(\lambda^{-1}(l))^{n_I-1} F(l)^{n_E} \\ &\quad + (x - l) \left[(n_I - 1) F(\lambda^{-1}(l))^{n_I-2} f(\lambda^{-1}(l)) \frac{1}{\lambda'(\lambda^{-1}(l))} F(l)^{n_E} \right. \\ &\quad \left. + n_E F(\lambda^{-1}(l))^{n_I-1} F(l)^{n_E-1} f(l) \right] = 0. \end{aligned}$$

6. **Em equilíbrio simétrico ($l = \lambda(x)$):** Substituindo $l = \lambda(x)$ e $\lambda^{-1}(\lambda(x)) = x$, temos:

$$\begin{aligned} &- F(x)^{n_I-1} F(\lambda(x))^{n_E} \\ &\quad + (x - \lambda(x)) \left[(n_I - 1) F(x)^{n_I-2} f(x) \frac{1}{\lambda'(x)} F(\lambda(x))^{n_E} \right. \\ &\quad \left. + n_E F(x)^{n_I-1} F(\lambda(x))^{n_E-1} f(\lambda(x)) \lambda'(x) \right] = 0. \end{aligned}$$

7. **Multiplicando por $\lambda'(x)$ e simplificando:**

$$\begin{aligned} &- (F(x)^{n_I-1} F(\lambda(x))^{n_E}) \lambda'(x) \\ &\quad + (n_I - 1)(x - \lambda(x)) F(x)^{n_I-2} f(x) F(\lambda(x))^{n_E} \\ &\quad + (x - \lambda(x)) n_E F(x)^{n_I-1} F(\lambda(x))^{n_E-1} f(\lambda(x)) \lambda'(x) = 0. \end{aligned}$$

8. **Reescrevendo como derivada total (identificação de uma derivada)**

Definimos o produto

$$G(x) := (x - \lambda(x)) F(x)^{n_I-1} F(\lambda(x))^{n_E}.$$

Calculando a derivada de $G(x)$ usando a regra do produto e da cadeia:

$$\begin{aligned} G'(x) &= \frac{d}{dx} \left[(x - \lambda(x)) F(x)^{n_I-1} F(\lambda(x))^{n_E} \right] \\ &= (1 - \lambda'(x)) F(x)^{n_I-1} F(\lambda(x))^{n_E} \\ &\quad + (x - \lambda(x)) (n_I - 1) f(x) F(x)^{n_I-2} F(\lambda(x))^{n_E} \\ &\quad + (x - \lambda(x)) F(x)^{n_I-1} n_E F(\lambda(x))^{n_E-1} f(\lambda(x)) \lambda'(x). \end{aligned}$$

Reorganizando os termos e utilizando a equação obtida no item (vi), verificamos que a condição de primeira ordem multiplicada por $\lambda'(x)$ é equivalente a:

$$\boxed{G'(x) = F(x)^{n_I-1} F(\lambda(x))^{n_E}.}$$

9. Integração — expressão implícita para $\lambda(x)$:

Integrando a equação diferencial obtida no item anterior de 0 a x e usando a condição $\lambda(0) = 0$ (natural para $v = 0$), obtemos:

$$(x - \lambda(x)) F(x)^{n_I-1} F(\lambda(x))^{n_E} = \int_0^x F(y)^{n_I-1} F(\lambda(y))^{n_E} dy.$$

Isolando $\lambda(x)$, a forma implícita da solução é:

$$\boxed{\lambda(x) = x - \frac{1}{F(x)^{n_I-1} F(\lambda(x))^{n_E}} \int_0^x F(y)^{n_I-1} F(\lambda(y))^{n_E} dy.}$$

10. Caso uniforme $F(x) = x \in [0, 1]$ e solução linear $\lambda(x) = ax$:

Assuma $F(x) = x$ e $\lambda(x) = ax$ (com $a > 0$ e $\lambda(0) = 0$). Substituímos na forma implícita:

$$(x - \lambda(x)) x^{n_I-1} (\lambda(x))^{n_E} = \int_0^x y^{n_I-1} (\lambda(y))^{n_E} dy.$$

$$\begin{aligned} \text{Lado esquerdo: } (x - \lambda(x)) x^{n_I-1} (\lambda(x))^{n_E} &= (x - ax) x^{n_I-1} (ax)^{n_E} \\ &= (1 - a) a^{n_E} x^{1+(n_I-1)+n_E} \\ &= (1 - a) a^{n_E} x^n, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{Lado direito: } \int_0^x y^{n_I-1} (\lambda(y))^{n_E} dy &= \int_0^x y^{n_I-1} (ay)^{n_E} dy \\ &= a^{n_E} \int_0^x y^{n_I-1+n_E} dy \\ &= a^{n_E} \cdot \frac{x^n}{n}. \end{aligned}$$

Igualando os dois lados e cancelando $a^{n_E} x^n$ para $x > 0$:

$$1 - a = \frac{1}{n} \implies a = 1 - \frac{1}{n} = \frac{n-1}{n}.$$

Portanto, a solução linear final é:

$$\lambda(x) = \frac{n-1}{n} x,$$

com $n := n_I + n_E$.

11. Cálculo da receita esperada do leiloeiro com direito de preferência das entrantes:

O preço final pago no leilão é o maior lance entre os incumbentes, pois as entrantes precisam apenas cobrir esse lance. Portanto, o preço é:

$$\text{Preço} = \lambda(X_{(n_I)}),$$

onde

$$X_{(n_I)} = \max\{v_1, v_2, \dots, v_{n_I}\}$$

é o maior valor entre os n_I incumbentes, e $\lambda(\cdot)$ é a função de lance do equilíbrio dos incumbentes.

Para distribuição uniforme $U[0, 1]$, temos que:

$$X_{(n_I)} \sim \text{Beta}(n_I, 1), \quad \text{com } \mathbb{E}[X_{(n_I)}] = \frac{n_I}{n_I + 1}.$$

Assumindo estratégia linear de equilíbrio $\lambda(x) = \frac{n-1}{n}x$, a receita esperada do leiloeiro é:

$$\mathbb{E}[R_{\text{Mec B}}] = \mathbb{E}[\lambda(X_{(n_I)})] = \frac{n-1}{n} \cdot \frac{n_I}{n_I + 1}.$$

Observação: A receita é menor do que a de um leilão padrão de primeiro preço com todos os jogadores competindo livremente, pois as entrantes não aumentam a competição estratégica; elas apenas podem cobrir o maior lance dos incumbentes.

B Derivações do Mecanismo C

Esta seção apresenta todas as derivações formais do Mecanismo C, seguindo passo a passo os itens (i)–(x) descritos no corpo do texto.

(i) Estratégias das incumbentes

Como a primeira etapa é um leilão SPA, a estratégia dominante das incumbentes é ofertar o valor verdadeiro:

$$\lambda_I(x_i) = x_i.$$

O preço relevante para as entrantes é o segundo maior valor entre as incumbentes,

$$\ell = X_{(n_I-1)}.$$

(ii) Distribuição de ℓ

Para $X_{(1)} < \dots < X_{(n_I)}$ i.i.d. uniformes:

$$g_L(\ell) = n_I(n_I - 1) \ell^{n_I-2} (1 - \ell), \quad \mathbb{E}[L] = \frac{n_I - 1}{n_I + 1}.$$

(iii) Distribuição condicional para as entrantes

Uma entrante participa apenas se $v > \ell$. A distribuição truncada é:

$$G_\ell(v) = \frac{F(v) - F(\ell)}{1 - F(\ell)}, \quad v \geq \ell.$$

(iv) Utilidade esperada no FPA truncado

Com k entrantes qualificados e estratégia $\lambda_{k,\ell}(\cdot)$:

$$U(v, b) = (v - b) G_\ell(v_b)^{k-1}, \quad v_b := \lambda_{k,\ell}^{-1}(b).$$

(v) Condição de primeira ordem

Diferenciando U :

$$\frac{dU}{db} = -G_\ell(v_b)^{k-1} + (v - b)(k-1)G_\ell(v_b)^{k-2}g_\ell(v_b)\frac{dv_b}{db}.$$

Em equilíbrio, $b = \lambda_{k,\ell}(v)$ e $\frac{dv_b}{db} = 1/\lambda'_{k,\ell}(v)$, gerando:

$$0 = -G_\ell(v)^{k-1} + (v - \lambda_{k,\ell}(v))(k-1)G_\ell(v)^{k-2}g_\ell(v)\frac{1}{\lambda'_{k,\ell}(v)}.$$

Reorganizando:

$$\lambda'_{k,\ell}(v) = \frac{(k-1)g_\ell(v)}{G_\ell(v)}(v - \lambda_{k,\ell}(v)).$$

(vi) Reparametrização pela folga $u(v) = v - \lambda_{k,\ell}(v)$

Substitua $\lambda' = 1 - u'$:

$$u'(v) + \frac{(k-1)g_\ell(v)}{G_\ell(v)}u(v) = 1.$$

(vii) Fator integrante e solução integral

O fator integrante é:

$$\mu(v) = G_\ell(v)^{k-1}.$$

Multiplicando a EDO:

$$\frac{d}{dv}(G_\ell(v)^{k-1}u(v)) = G_\ell(v)^{k-1}.$$

Integrando e usando $u(\ell) = 0$:

$$G_\ell(v)^{k-1}u(v) = \int_\ell^v G_\ell(t)^{k-1}dt.$$

Logo,

$$\lambda_{k,\ell}(v) = v - \frac{\int_\ell^v G_\ell(t)^{k-1}dt}{G_\ell(v)^{k-1}}.$$

(viii) Caso uniforme $F(x) = x$

Para $F(x) = x$, no suporte truncado:

$$G_\ell(t) = \frac{t - \ell}{1 - \ell}, \quad g_\ell(t) = \frac{1}{1 - \ell}.$$

A integral é:

$$\int_\ell^v \left(\frac{t - \ell}{1 - \ell} \right)^{k-1} dt = \frac{(v - \ell)^k}{k(1 - \ell)^{k-1}}.$$

Substituindo:

$$\lambda_{k,\ell}(v) = v - \frac{v - \ell}{k}.$$

(ix) Expectativa condicional de preço

Com K entrantes qualificados e ℓ fixo:

$$E[P|\ell] = \sum_{k=0}^1 P(K = k|\ell) \ell + \sum_{k \geq 2} P(K = k|\ell) E[\lambda_{k,\ell}(V_{(k)})].$$

(x) Receita esperada

A receita final é:

$$\mathbb{E}[R_C] = \int_0^1 \left[\sum_{k=0}^1 P(K = k|\ell) \ell + \sum_{k \geq 2} P(K = k|\ell) E[\lambda_{k,\ell}(V_{(k)})] \right] g_L(\ell) d\ell.$$

C Derivações do Mecanismo D

Nesta seção apresentamos todas as derivações formais do Mecanismo D, seguindo os passos (i)–(xii).

(i) Estratégias

- **Incumbentes (Etapa 1, FPA):** estratégia simétrica $\lambda(\cdot)$, crescente e diferenciável.
- **Entrantes (Etapa 2, SPA):** estratégia dominante $b(v) = v$.

(ii) Distribuição condicional de entrantes qualificadas

Uma entrante qualifica se $v \geq r$. Dado r , o número K de qualificadas é

$$\Pr(K = k | r) = \binom{n_E}{k} (1 - F(r))^k F(r)^{n_E - k}.$$

Valores condicionais: $G_r(v) = \frac{F(v) - F(r)}{1 - F(r)}$, $g_r(v) = f(v)/(1 - F(r))$.

(iii) Probabilidade de vitória e retenção de um incumbente

Um incumbente de tipo x que oferta l vence a Etapa 1 com probabilidade

$$F(\lambda^{-1}(l))^{n_I - 1}.$$

Ele retém o bem apenas se nenhum entrante qualificar, probabilidade $F(l)^{n_E}$. Assim,

$$\Pr(\text{reter} \mid l) = F(\lambda^{-1}(l))^{n_I-1} F(l)^{n_E}.$$

(iv) Utilidade interim

$$U(l; x, \lambda) = (x - l) F(\lambda^{-1}(l))^{n_I-1} F(l)^{n_E}.$$

(v) Condição de primeira ordem

Derivando U e impondo simetria ($l = \lambda(x)$), obtemos:

$$\lambda'(x) = \frac{(n_I - 1)f(x)}{F(x)}(x - \lambda(x)) + n_E \frac{f(\lambda(x))}{F(\lambda(x))}(x - \lambda(x))\lambda'(x).$$

Reorganizando:

$$\frac{d}{dx}[(x - \lambda(x))F(x)^{n_I-1}F(\lambda(x))^{n_E}] = F(x)^{n_I-1}F(\lambda(x))^{n_E}.$$

(vi) Forma integrada

Com $\lambda(0) = 0$:

$$(x - \lambda(x))F(x)^{n_I-1}F(\lambda(x))^{n_E} = \int_0^x F(y)^{n_I-1}F(\lambda(y))^{n_E} dy.$$

(vii) Caso uniforme $F(x) = x$ e solução linear

Assuma $\lambda(x) = ax$:

$$(x - ax)x^{n_I-1}(ax)^{n_E} = \int_0^x y^{n_I-1}(ay)^{n_E} dy.$$

Cancelando termos:

$$1 - a = \frac{1}{n_I + n_E} \Rightarrow a = \frac{n - 1}{n}, \quad n = n_I + n_E.$$

$$\lambda(x) = \frac{n - 1}{n} x.$$

(viii) Distribuição de r

Seja $a = \frac{n-1}{n}$ e $X_{(n_I)} \sim \text{Beta}(n_I, 1)$, com densidade $f_X(x) = n_I x^{n_I-1}$ para $x \in [0, 1]$. Como $r = \lambda(X_{(n_I)}) = a X_{(n_I)}$, pela transformação de variáveis,

$$g_R(r) = f_X\left(\frac{r}{a}\right) \frac{d}{dr}\left(\frac{r}{a}\right) = \frac{n_I}{a^{n_I}} r^{n_I-1}, \quad r \in [0, a].$$

Além disso, a densidade é devidamente normalizada:

$$\int_0^a g_R(r) dr = \frac{n_I}{a^{n_I}} \int_0^a r^{n_I-1} dr = \frac{n_I}{a^{n_I}} \cdot \frac{a^{n_I}}{n_I} = 1.$$

(ix) Etapa 2: SPA truncado

Dado r e $K = k$:

- $k = 0$: incumbente paga r .
- $k = 1$: o qualificado paga r .
- $k \geq 2$: preço é a segunda maior ordem estatística truncada:

$$\mathbb{E}[S_{(k,2)}(r)] = r + \frac{k-1}{k+1}(1-r).$$

(x) Receita condicional a r

$$\mathbb{E}[P \mid r] = \sum_{k=0}^1 \Pr(K = k \mid r)r + \sum_{k=2}^{n_E} \Pr(K = k \mid r)\mathbb{E}[S_{(k,2)}(r)].$$

(xi) Receita esperada descondicional

$$\mathbb{E}[R_D] = \int_0^{(n-1)/n} \mathbb{E}[P \mid r] g_R(r) dr.$$

(xii) Simplificação (Uniforme)

As expressões se reduzem a combinações de integrais Beta truncadas que podem ser avaliadas numericamente para qualquer par (n_I, n_E) .

The **Economics and Politics (CNPq) Research Group** started publishing its members' working papers on June 12, 2013. Please check the list below and click at <http://econpolrg.com/working-papers/> to access all publications.

Number	Date	Publication
122/2025	12-16-2025	Promoção da Concorrência em Leilões de Espectro: Uma Análise de Mecanismos com Direito de Preferência para Entrantes, Priscila Honório Evangelista de Souza and Maurício S. Bugarin
121/2025	11-21-2025	Mayors within Electoral or Legislative Coalitions? Pre-Electoral Agreements in Brazilian Municipal Legislatures, Roberto Aragão Neto
120/2025	06-26-2025	Politics and Public Banks: BNDES Loans to Local Governments in Brazil, Guilherme Paiva Pinto, Mauricio S. Bugarin and Rodrigo Schneider
119/2024	10-25-2024	Treinamento anticorrupção e técnicas de neutralização: evidências em profissionais de segurança pública, Cesar Medeiros Cupertino, Paulo Augusto Pettenuzzo de Britto, Rafael Sousa Lima and Elmo Dias de Silveira
118/2024	10-29-2024	Treinamento anticorrupção e técnicas de neutralização: evidências em profissionais de segurança pública, Cesar Medeiros Cupertino, Paulo Augusto Pettenuzzo de Britto, Rafael Sousa Lima and Elmo Dias de Silveira
117/2024	10-24-2024	Efeito Spillover da Qualidade do Lucro dos Pares no Risco Sistemático das Empresas Brasileiras, Vanessa R. dos S. Cardoso, Rodrigo de Souza Gonçalves, Paulo Vítor Souza de Souza and Paulo Augusto Pettenuzzo de Britto
116/2024	10-22-2024	A IFRS 16 Sob a Perspectiva da True and Fair View, Wellington Alves de Oliveira and Paulo Augusto Pettenuzzo de Britto
115/2024	10-16-2024	The case for auctioning transmission margins: the design of a competitive mechanism for access to the National Interconnected System in Brazil, Lucas Santos e Silva and Maurício S. Bugarin
114/2024	10-16-2024	Income Inequality and Elections' Financing: New Evidence from Brazil and Japan, Felipe Roviello and Maurício S. Bugarin
113/2024	08-23-2024	Insensitive Multinationals? Competitive Subsidies and Carbon and Corporate Income Taxes, Emilson Caputo Delfino Silva and Vander Mendes Lucas
112/2024	08-21-2024	Análise dos Impactos de Choques em Preços de Combustível na Competição entre Empresas Aéreas, Cicero Rodrigues de Melo Filho, Davi Prado Novais Moura, Vander Mendes Lucas and Francisco Gildemir Ferreira da Silva
111/2024	08-14-2024	Testing the Algebraic Modeling of Competitive Impacts from Wage Premium Shocks. A Case Study from a Booming Airline Market, Cicero Rodrigues de Melo Filho, Vander Mendes Lucas, Francisco Gildemir Ferreira da Silva and Alessandro Vinicius Marques de Oliveira
110/2024	08-08-2024	Análise Custo-Benefício do Preço-Sombra da Mão de Obra Brasileira, Cícero Rodrigues de Melo Filho, Vander Mendes Lucas and Francisco Gildemir Ferreira da Silva
109/2024	08-01-2024	There is Trouble with the Trees: How to Avoid Trade-Induced Deforestation?, Alan Leal and Maurício Bugarin
108/2024	05-15-2024	DPVAT Focalizado: Um Novo Modelo do Seguro Obrigatório, Frederico Viana de Araújo and Vander Mendes Lucas
107/2023	08-29-2022	Políticas de Custeio Extra Tarifário do Transporte Público Brasileiro: Internalizar Externalidades é Preciso, Carlos Henrique Ribeiro de Carvalho and Vander Mendes Lucas
106/2022	08-19-2022	Avaliação da Eficácia da Política de Garantia de Preços mínimos para o Milho em Grãos, Gabriel Pinto Nogueira de Moura and Vander Mendes Lucas
105/2021	10-18-2021	Licitações com preço de reserva secreto e negociação: Uma análise de teoria dos leilões para o caso de valores privados, Adriana C. Portugal, and Maurício S. Bugarin
104/2021	04-12-2021	Planos de Saúde Coletivos: Análise Econômica do Reajuste por Faixa Etária, Fernando B. Meneguín, Maurício Soares Bugarin, and Tomás T. S. Bugarin

Number	Date	Publication
103/2020	10-20-2020	Teoria dos Leilões e Aplicações: A Teoria dos Jogos volta roubar a cena no Prêmio Nobel de Economia de 2020, Maurício Bugarin
102/2020	09-10-2020	Ex-ante Moral Hazard of Unemployment Insurance, Artur Henrique da Silva Santos, Maurício Soares Bugarin and Paulo Roberto Amorim Loureiro
101/2020	01-30-2020	Motivação Partidária nas Transferências Voluntárias da União: O papel do Legislativo Federal, Fernanda L. Marciniuk, Maurício S. Bugarin and Débora C. Ferreira
100/2020	01-28-2020	The Paradox of Concessions in Developing Countries: A game-theoretic investigation of airport concessions in Brazil, Mauricio Bugarin and Frederico Ribeiro
99/2019	06-05-2019	Crime and political effects of a concealed carry ban in Brazil, Rodrigo Schneider
98/2019	05-08-2019	Polo Industrial de Manaus e Desempenho Socioeconômico: Uma Análise de Componentes Principais no Período de 2002 – 2015, Rogério da Cruz Gonçalves and Philipp Ehrl
97/2019	05-01-2019	Efeitos Econômicos da Zona Franca de Manaus, Rogério da Cruz Gonçalves and Philipp Ehrl
96/2019	04-25-2019	Closed Season e Seguro-Defeso: Análise de Incentivos e Avaliação de Impacto, Artur Henrique da Silva Santos, Maurício Soares Bugarin and Paulo Roberto Amorim Loureiro
95/2019	04-18-2019	Rules versus Standards in Developing Countries The Case for Clear and Precise Legal Norms on Eminent Domain Power, Hans-Bernd Schäfer
94/2019	02-20-2019	A influência da reeleição nas políticas fiscais subnacionais, Fernanda L. Marciniuk and Mauricio S. Bugarin
93/2018	12-10-2018	Electronic voting and Public Spending: The impact of enfranchisement on federal budget amendments in Brazil, Rodrigo Schneider, Diloá Athias and Maurício Bugarin
92/2018	12-04-2018	Aplicação da Lei de Benford na Detecção de Jogo de Planilha: O Caso do Estádio Nacional de Brasília, Carlos Alberto Cascão Júnior, Adriana Cuoco Portugal, Mauricio Soares Bugarin and Flávia Ceccato Cunha
91/2018	11-21-2018	Where'd You Get that Idea? Determinants of Creativity and Impact in Popular Music, Bernardo Mueller
90/2018	11-12-2018	A Previdência Complementar é, de fato, Complementar?, Marcos Nihari and Vander Lucas
89/2018	11-05-2018	Sobre Falácias de Moro, Nelson Gonçalves Gomes
88/2018	10-29-2018	Eficiência financeira das concessões de aeroportos no Brasil no período de 2015 a 2016, João Paulo de Castro Carisio Ribeiro, Marcelo Driemeyer Wilbert and Samuel de Resende Salgado
87/2018	10-19-2018	Leilões para conversão de dívida em investimento: Uma proposta da teoria de leilões para implantação dos Termos de Ajuste de Conduta (TAC) da ANATEL, Hélio Maurício Miranda da Fonseca and Maurício Soares Bugarin
86/2018	10-08-2018	Redistribution in Contemporary Japan: A Political Economy Analysis of Ide, Furuichi and Miyazaki (2016)'s "All for All" Fiscal Reform Proposal, Maurício Bugarin
85/2018	08-08-2018	Gestão Fiscal e Despesa de Pessoal: Análise dos Gastos Públicos Estaduais entre 2008 e 2016, Marcos Lima Bandeira, Paulo Augusto P. de Britto and André Luiz Marques Serrano
84/2018	07-11-2018	Atuação do poder legislativo estadual: análise dos incentivos dos deputados estaduais na atividade legislativa, Débora Costa Ferreira, Fernando B. Meneguim and Maurício Soares Bugarin
83/2018	07-04-2018	Eficiência, atratividade e dissuasão de acordos de leniência e combate à corrupção: o caso da Operação Lava-Jato, Rafael M. Gomes, Roberto H. de Aragão Neto, Maurício S. Bugarin and André L. Gama
82/2018	06-28-2018	Ciclos Políticos e Eleitorais na Execução do Programa Bolsa Família em Nível Municipal, Tiago Sousa Pereira, Moisés A. Resende Filho and Vander Mendes Lucas
81/2018	06-20-2018	Análise do IBS como Proposta de Reforma Tributária. Um Estudo Aplicado de Equilíbrio Geral Computável, Nathanael Pereira Costa and Vander Mendes Lucas
80/2017	09-27-2017	Impacto do Programa Ensino Médio Inovador em indicadores educacionais, Luís Felipe Batista de Oliveira and Rafael Terra

Number	Date	Publication
79/2017	09-14-2017	Uma Avaliação da Política de Privatização de Aeroportos Brasileira: Uma Abordagem por Controle Sintético, Caio Cordeiro de Resende
78/2017	08-30-2017	Tecnologia e Desempenho Escolar: Uma Avaliação de Impacto do Programa Um Computador por Aluno, Caio Cordeiro de Resende and Ana Carolina Zoghbi
77/2017	08-23-2017	Desregulamentação da franquia de bagagem despachada no Brasil: Uma Análise de Impacto Regulatório, Débora Alves Pereira Bastos, Rodrigo César Bessoni e Silva and Vander Mendes Lucas
76/2017	08-16-2017	Análise de Eficiência das IFES no Uso de Recursos Financeiros 2010-2015, Antonio Marcos Correia Melonio and Vander Mendes Lucas
75/2017	08-09-2017	Royalties do petróleo, reeleição e ciclos políticos: um estudo econométrico para as eleições, Eduardo Dornelas Munhoz e Moisés de Andrade Resende Filho
74/2017	08-02-2017	Responsabilidade fiscal, a atuação do Poder Judiciário e o comportamento estratégico dos governantes, Débora Costa Ferreira, Fernando B. Meneguín and Maurício Soares Bugarin
73/2017	07-26-2017	Sustentabilidade da Dívida dos Estados Brasileiros: 2005-2015, Hiromi Cristina Santos Doi and Vander Mendes Lucas
72/2017	07-19-2017	Hotelling's product differentiation: an infinite-dimensional linear programming approach, Rodrigo Peñaloza
71/2017	06-16-2017	Escola japonesa ou escola brasileira? A inserção dos estudantes brasileiros na escola no Japão, Maurício Soares Bugarin
70/2017	04-17-2017	How the East was Lost: Coevolution of Institutions and Culture in the 16th Century Portuguese Empire, Bernardo Mueller
69/2017	04-10-2017	A reforma política sob o ponto de vista da análise econômica do direito, Pedro Fernando Nery and Fernando B. Meneguín
68/2016	07-14-2016	O dilema entre a eficiência de curto e de longo prazo no ordenamento jurídico e o impacto no crescimento econômico, Fernando B. Meneguín and Tomás T. S. Bugarin
67/2016	05-04-2016	A estrutura de capital de empresas brasileiras de capital aberto: uma análise de seus determinantes, João Pedro Bertani Catrib, Paulo Augusto P. de Britto and André Luiz Marques Serrano
66/2016	04-20-2016	Tests for history dependence in mixed-Poisson growth: Brazil, 1822-2000, and USA, 1869-1996, with an estimate of the world mixing distribution at start-up, Steve De Castro and Flávio Gonçalves
65/2016	04-13-2016	Piketty's Prediction meets technical progress in Harrod-Domar's Dynamics and Solow Swan's Surrogate, Steve De Castro
64/2016	04-06-2016	Análise do impacto da alteração normativa na aposentadoria por invalidez no Brasil, Helvio Antonio Pereira Marinho, Moises de Andrade Resende Filho and Vander Mendes Lucas
63/2016	03-30-2016	Black movement: Estimating the effects of affirmative action in college admissions on education and labor market outcomes, Andrew Francis-Tan and Maria Tannuri-Pianto
62/2016	01-13-2016	Electronic voting and Social Spending: The impact of enfranchisement on municipal public spending in Brazil, Rodrigo Schneider, Diloá Athias and Maurício Bugarin
61/2015	12-02-2015	Alunos de inclusão prejudicam seus colegas? Uma avaliação com dados em painel de alunos da rede municipal de São Paulo, Bruna Guidetti, Ana Carolina Zoghbi and Rafael Terra
60/2015	12-02-2015	Impacto de programa Mais Educação em indicadores educacionais, Luís Felipe Batista de Oliveira and Rafael Terra
59/2015	10-21-2015	Eficiência de custos operacionais das companhias de distribuição de energia elétrica (CDEEs) no Brasil: Uma aplicação (DEA & TOBIT) em dois estágios, Daniel de Pina Fernandes and Moisés de Andrade Resende Filho
58/2015	10-14-2015	Determinantes do risco de crédito rural no Brasil: uma crítica às renegociações da dívida rural, Lucas Braga de Melo and Moisés de Andrade Resende Filho
57/2015	10-07-2015	Distribuição da riqueza no Brasil: Limitações a uma estimativa precisa a partir dos dados tabulados do IRPF disponíveis, Marcelo Medeiros

Number	Date	Publication
56/2015	10-01-2015	A composição da desigualdade no Brasil. Conciliando o Censo 2010 e os dados do Imposto de Renda, Marcelo Medeiros, Juliana de Castro Galvão and Luísa Nazareno
55/2015	09-24-2015	A estabilidade da desigualdade no Brasil entre 2006 e 2012: resultados adicionais, Marcelo Medeiros and Pedro H. G. F. Souza
54/2015	09-24-2015	Reciclagem de plataformas de petróleo: ônus ou bônus?, Roberto N. P. di Cillo
53/2015	09-09-2015	A Progressividade do Imposto de Renda Pessoa Física no Brasil, Fábio Castro and Mauricio S. Bugarin
52/2015	07-03-2015	Measuring Parliaments: Construction of Indicators of Legislative Oversight, Bento Rodrigo Pereira Monteiro and Denílson Banderia Coêlho
51/2015	06-29-2015	A didactic note on the use of Benford's Law in public works auditing, with an application to the construction of Brazilian Amazon Arena 2014 World Cup soccer stadium, Mauricio S. Bugarin and Flavia Ceccato Rodrigues da Cunha
50/2015	04-29-2015	Accountability and yardstick competition in the public provision of education, Rafael Terra and Enlinson Mattos
49/2015	04-15-2015	Understanding Robert Lucas (1967-1981), Alexandre F. S. Andrada
48/2015	04-08-2015	Common Labor Market, Attachment and Spillovers in a Large Federation, Emilson Caputo Delfino Silva and Vander Mendes Lucas
47/2015	03-27-2015	Tópicos da Reforma Política sob a Perspectiva da Análise Econômica do Direito, Pedro Fernando Nery and Fernando B. Meneguim
46/2014	12-17-2014	The Effects of Wage and Unemployment on Crime Incentives - An Empirical Analysis of Total, Property and Violent Crimes, Paulo Augusto P. de Britto and Tatiana Alessio de Britto
45/2014	12-10-2014	Políticas Públicas de Saúde Influenciam o Eleitor?, Hellen Chrytine Zanetti Matarazzo
44/2014	12-04-2014	Regulação Ótima e a Atuação do Judiciário: Uma Aplicação de Teoria dos Jogos, Maurício S. Bugarin and Fernando B. Meneguim
43/2014	11-12-2014	De Facto Property Rights Recognition, Labor Supply and Investment of the Poor in Brazil, Rafael Santos Dantas and Maria Tannuri-Pianto
42/2014	11-05-2014	On the Institutional Incentives Faced by Brazilian Civil Servants, Mauricio S. Bugarin and Fernando B. Meneguim
41/2014	10-13-2014	Uma Introdução à Teoria Econômica da Corrupção: Definição, Taxonomia e Ensaio Seleccionados, Paulo Augusto P. de Britto
40/2014	10-06-2014	Um modelo de jogo cooperativo sobre efeitos da corrupção no gasto público, Rogério Pereira and Tatiane Almeida de Menezes
39/2014	10-02-2014	Uma análise dos efeitos da fusão ALL-Brasil Ferrovias no preço do frete ferroviário de soja no Brasil, Bruno Ribeiro Alvarenga and Paulo Augusto P. de Britto
38/2014	08-27-2014	Comportamentos estratégicos entre municípios no Brasil, Vitor Lima Carneiro & Vander Mendes Lucas
37/2014	08-20-2014	Modelos Microeconômicos de Análise da Litigância, Fábio Avila de Castro
36/2014	06-23-2014	Uma Investigação sobre a Focalização do Programa Bolsa Família e seus Determinantes Imediatos. André P. Souza, Plínio P. de Oliveira, Janete Duarte, Sérgio R. Gadelha & José de Anchieta Neves
35/2014	06-22-2014	Terminais de Contêineres no Brasil: Eficiência Intertemporal. Leopoldo Kirchner and Vander Lucas
34/2014	06-06-2014	Lei 12.846/13: atrai ou afugenta investimentos? Roberto Neves Pedrosa di Cillo
33/2013	11-27-2013	Vale a pena ser um bom gestor? Comportamento Eleitoral e Reeleição no Brasil, Pedro Cavalcante
32/2013	11-13-2013	A pressa é inimiga da participação (e do controle)? Uma análise comparativa da implementação de programas estratégicos do governo federal, Roberto Rocha C. Pires and Alexandre de Avila Gomide
31/2013	10-30-2013	Crises de segurança do alimento e a demanda por carnes no Brasil, Moisés de Andrade Resende Filho, Karina Junqueira de Souza and Luís Cristóvão Ferreira Lima

Number	Date	Publication
30/2013	10-16-2013	Ética & Incentivos: O que diz a Teoria Econômica sobre recompensar quem denuncia a corrupção? Maurício Bugarin
29/2013	10-02-2013	Intra-Village Expansion of Welfare Programs, M. Christian Lehmann
28/2013	09-25-2013	Interações verticais e horizontais entre governos e seus efeitos sobre as decisões de descentralização educacional no Brasil, Ana Carolina Zoghbi, Enlinson Mattos and Rafael Terra
27/2013	09-18-2013	Partidos, facções e a ocupação dos cargos de confiança no executivo federal (1999-2011), Felix Lopez, Mauricio Bugarin and Karina Bugarin
26/2013	09-11-2013	Metodologias de Análise da Concorrência no Setor Portuário, Pedro H. Albuquerque, Paulo P. de Britto, Paulo C. Coutinho, Adelaida Fonseca, Vander M. Lucas, Paulo R. Lustosa, Alexandre Y. Carvalho and André R. de Oliveira
25/2013	09-04-2013	Balancing the Power to Appoint officers, Salvador Barberà and Danilo Coelho
24/2013	08-28-2013	Modelos de Estrutura do Setor Portuário para Análise da Concorrência, Paulo C. Coutinho, Paulo P. de Britto, Vander M. Lucas, Paulo R. Lustosa, Pedro H. Albuquerque, Alexandre Y. Carvalho, Adelaida Fonseca and André Rossi de Oliveira
23/2013	08-21-2013	Hyperopic Strict Topologies, Jaime Orillo and Rudy José Rosas Bazán
22/2013	08-14-2013	Há Incompatibilidade entre Eficiência e Legalidade? Fernando B. Meneguín and Pedro Felipe de Oliveira Santos
21/2013	08-07-2013	A Note on Equivalent Comparisons of Information Channels, Luís Fernando Brands Barbosa and Gil Riella
20/2013	07-31-2013	Vertical Integration on Health Care Markets: Evidence from Brazil, Tainá Leandro and José Guilherme de Lara Resende
19/2013	07-24-2013	A Simple Method of Elicitation of Preferences under Risk, Patrícia Langasch Tecles and José Guilherme de Lara Resende
18/2013	07-17-2013	Algunas Nociones sobre el Sistema de Control Público en Argentina con Mención al Caso de los Hospitales Públicos de la Provincia de Mendoza, Luis Federico Giménez
17/2013	07-10-2013	Mensuração do Risco de Crédito em Carteiras de Financiamentos Comerciais e suas Implicações para o Spread Bancário, Paulo de Britto and Rogério Cerri
16/2013	07-03-2013	Previdências dos Trabalhadores dos Setores Público e Privado e Desigualdade no Brasil, Pedro H. G. F. de Souza and Marcelo Medeiros
15/2013	06-26-2013	Incentivos à Corrupção e à Inação no Serviço Público: Uma análise de desenho de mecanismos, Maurício Bugarin and Fernando Meneguín
14/2013	06-26-2013	The Decline in inequality in Brazil, 2003–2009: The Role of the State, Pedro H. G. F. de Souza and Marcelo Medeiros
13/2013	06-26-2013	Productivity Growth and Product Choice in Fisheries: the Case of the Alaskan pollock Fishery Revisited, Marcelo de O. Torres and Ronald G. Felthoven
12/2013	06-19-2003	The State and income inequality in Brazil, Marcelo Medeiros and Pedro H. G. F. de Souza
11/2013	06-19-2013	Uma alternativa para o cálculo do fator X no setor de distribuição de energia elétrica no Brasil, Paulo Cesar Coutinho and Ângelo Henrique Lopes da Silva
10/2013	06-12-2013	Mecanismos de difusão de Políticas Sociais no Brasil: uma análise do Programa Saúde da Família, Denilson Bandeira Coêlho, Pedro Cavalcante and Mathieu Turgeon
09/2013	06-12-2103	A Brief Analysis of Aggregate Measures as an Alternative to the Median at Central Bank of Brazil's Survey of Professional Forecasts, Fabia A. Carvalho
08/2013	06-12-2013	On the Optimality of Exclusion in Multidimensional Screening, Paulo Barelli, Suren Basov, Mauricio Bugarin and Ian King
07/2013	06-12-2013	Desenvolvimentos institucionais recentes no setor de telecomunicações no Brasil, Rodrigo A. F. de Sousa, Nathalia A. de Souza and Luis C. Kubota
06/2013	06-12-2013	Preference for Flexibility and Dynamic Consistency, Gil Riella
05/2013	06-12-2013	Partisan Voluntary Transfers in a Fiscal Federation: New evidence from Brazil, Mauricio Bugarin and Ricardo Ubrig

Number	Date	Publication
04/2013	06-12-2013	How Judges Think in the Brazilian Supreme Court: Estimating Ideal Points and Identifying Dimensions, Pedro F. A. Nery Ferreira and Bernardo Mueller
03/2013	06-12-2013	Democracy, Accountability, and Poverty Alleviation in Mexico: Self-Restraining Reform and the Depoliticization of Social Spending, Yuriko Takahashi
02/2013	06-12-2013	Yardstick Competition in Education Spending: a Spatial Analysis based on Different Educational and Electoral Accountability Regimes, Rafael Terra
01/2013	06-12-2013	On the Representation of Incomplete Preferences under Uncertainty with Indecisiveness in Tastes, Gil Riella